

Dansende korrels - Een model voor fase-overgangen en instabiliteiten (10 punten)

Lees de algemene instructies in de aparte enveloppe voor je met het experiment begint.

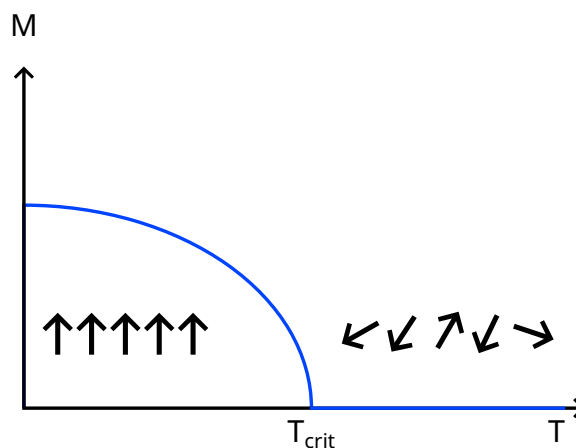
Introductie

Fase-overgangen kom je in het dagelijks leven regelmatig tegen. Water bijvoorbeeld is al bekend als vaste stof, vloeistof en gas. De verschillende fasen zijn gescheiden door fase-overgangen waarin het collectieve gedrag van de moleculen verandert. Zo'n fase-overgang wordt altijd gekenmerkt door een overgangstemperatuur waarbij de fase verandert, bijvoorbeeld het vriespunt en kookpunt van water.

Fase-overgangen komen echter vaak voor en ook in andere systemen, zoals magneten of supergeleiders, waarbij onder een overgangstemperatuur de macroscopische fase verandert van een paramagneet naar een ferromagneet en een gewone geleider naar een supergeleider.

Al deze overgangen kunnen algemeen beschreven worden als een zogenaamde orde-parameter wordt ingevoerd. Bij magnetisme is deze orde-parameter geassocieerd met het op één lijn brengen van de magnetische momenten van de atomen met macroscopische magnetisatie.

In de zogenaamde continue fase-overgangen zal de orde-parameter altijd nul zijn boven de kritische temperatuur en zal daaronder continu groter worden, zoals schematisch voor een magneet wordt aangegeven in figuur 1 hieronder. De overgangstemperatuur van een continue fase-overgang wordt de kritische temperatuur genoemd. De figuur laat ook schematisch de microscopische orde of wanorde van de individuele magnetische momenten bij een magneet zien. In de ferromagnetische fase richten de individuele magnetische momenten zich gelijk voor macroscopische magnetisatie, terwijl ze willekeurig georiënteerd zijn in de paramagnetische fase en macroscopisch geen magnetisatie geven.



Figuur 1: Schematische weergave van de temperatuurafhankelijkheid van een orde-parameter M bij een fase-overgang. Onder de kritische temperatuur T_{crit} groeit de orde-parameter en is niet gelijk aan nul, terwijl deze nul is bij temperaturen boven T_{crit} .

Voor continue fase-overgangen geldt in het algemeen dat de orde-parameter dicht bij een overgang een machtswet volgt, de magnetisatie M wordt bijvoorbeeld onder de kritische temperatuur T_{crit} gegeven

door:

$$M \sim (T_{\text{crit}} - T)^b, \quad (1)$$

waarin T de temperatuur is. Wat het echter nog mooier maakt, is dat dit gedrag universeel is: de exponent van deze machtswet is gelijk voor veel verschillende soorten fase-overgangen.

Opdracht

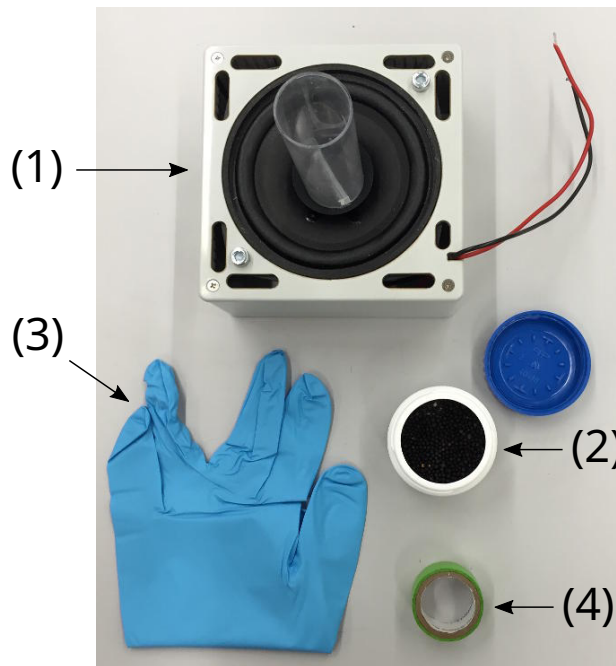
We bestuderen een eenvoudig voorbeeld waarmee sommige eigenschappen van continue fase-overgangen onderzocht kunnen worden, bijvoorbeeld hoe een instabiliteit leidt tot collectief gedrag van de deeltjes en dus tot een fase-overgang en hoe een macroscopische verandering afhangt van een excitatie (gedragsverandering) van de deeltjes.

Bij gewone fase-overgangen wordt de excitatie gewoonlijk bepaald door de temperatuur. In ons voorbeeld wordt de excitatie bepaald door de kinetische energie van de deeltjes die door de luidspreker versneld worden. De macroscopische verandering die overeenkomt met de fase-overgang die we bestuderen bestaat eruit dat de korrels zich sorteren in één helft van een cilinder, die door een lage wand gescheiden is van de andere helft.

Door de amplitude van de luidspreker te verhogen vanuit de situatie waarin de deeltjes in één helft van de cilinder zitten, zul je zien dat de deeltjes zich uiteindelijk over de twee helften verdelen. Dit komt overeen met het verhogen van de temperatuur boven de kritische temperatuur.

Jouw doel is om de kritische exponent te bepalen van het model van fase-overgang dat we hier bestuderen.

Materiaallijst



Figuur 2: Extra materiaal, nodig voor dit experiment.

1. Luidsprekeropstelling met een plastic cilinder erop gemonteerd
2. Ongeveer 100 zaadjes (in een plastic doosje)
3. Een handschoen
4. Plakband

Belangrijke voorzorgsmaatregelen

- Oefen geen grote zijwaartse krachten uit op de plastic cilinder op de luidspreker. Bedenk dat er geen vervanging is in het geval van kapotte luidsprekermembranen of losgetrokken plastic cilinder.
- Zet de luidspreker steeds uit als deze niet in gebruik is om onnodig leeglopen van de batterij te voorkomen.
- In dit experiment staat een 4 Hz zaagtandsignaal op de luidspreker aansluitingen aan de zijkant van de signaalgenerator.
- De amplitude van het zaagtandsignaal kan aangepast worden met de rechterpotentiometer met het label *speaker amplitude* (4). Een gelijkspanning evenredig met de amplitude van het signaal staat op de *speaker amplitude* monitor aansluiting (6) (ten opzichte van de *GND* aansluiting (7)). De getallen verwijzen naar de foto (Figuur 2) die in de algemene instructies staat.
- Het luidsprekermembraan is kwetsbaar. Zorg dat je er geen onnodige kracht op uitoefent, noch horizontaal, noch verticaal.

Deel A. Kritische amplitude bij excitatie (3.3 punten)

Voordat je aan de opdrachten van dit deel begint: verbind de luidspreker met de uiteinden aan de zijkant van de signaalgenerator (let op de polariteit). Stop wat zaadjes (bijvoorbeeld 50) in de cilinder die op de luidspreker zit. Knip een stuk van de handschoenen en gebruik die om de cilinder af te sluiten, zodat de zaadjes niet uit de cilinder gaan. Zet de luidspreker aan met de schakelaar en pas de amplitude aan door met de bijgeleverde schroevendraaier de rechter potentiometer genaamd *speaker amplitude* (4) te verdraaien. Observeer hoe de zaadjes zich verdelen bij verschillende amplitudes.

In de eerste opdracht bepaal je de kritische excitatie amplitude van deze overgang. Om dat te doen, moet je het aantal zaden N_1 en N_2 bepalen in de twee compartimenten als functie van de weergegeven amplitude A_D . Kies de compartimenten telkens zo, dat $N_1 \leq N_2$. A_D is de spanning gemeten over het *speaker amplitude* aansluitpunt (6). Deze spanning is evenredig met de amplitude van de zaagtand golfvorm van de bron die de luidspreker voedt. Doe ten minste 5 metingen per spanning.

Hint:

- Om altijd beweging te hebben in de deeltjes die je bestudeert, onderzoek je alleen amplitudes die overeenkomen met *speaker amplitude voltages* groter dan 0.7 V. Begin met kijken naar het gedrag van het systeem door de spanning langzaam te variëren zonder de korrels te tellen. Het is mogelijk dat sommige korrels aan de bodem plakken door statische elektriciteit. Tel deze niet mee.

A.1	Noteer je metingen van het aantal deeltjes N_1 en N_2 in elke helft van de cilinder voor verschillende amplitudes A_D in Tabel A.1 . Wacht telkens tot een dynamisch evenwicht is bereikt.	1.2pt
------------	---	-------

A.2	Bereken de standaarddeviatie van je metingen van N_1 en N_2 en noteer je resultaten in Tabel A.1 . Maak een grafiek van N_1 en N_2 als functie van de weergegeven amplitude A_D in Grafiek A.2 , met hun onzekerheden.	1.1pt
------------	--	-------

A.3	Bepaal met behulp van je grafiek de kritische weergegeven amplitude $A_{D,crit}$ waarbij $N_1 = N_2$.	1pt
------------	--	-----

Deel B. Kalibratie (3.2 punten)

De weergegeven amplitude A_D op de multimeter is evenredig met de spanning die op de luidspreker is gezet. De fysisch interessante grootte is echter de maximale verplaatsing A van de trilling van de luidspreker, omdat vooral deze bepaalt hoe sterk de korrels worden geëxciteerd. Daarom moet je de weergegeven amplitude kalibreren. Hiervoor kun je van de geleverde apparatuur en materialen gebruiken wat je nodig acht.

B.1	Maak een schets van de opstelling die je gaat gebruiken om de excitatie amplitude te gaan meten. Deze excitatie amplitude is de maximale uitwijking A (in mm) van de luidspreker in één trillingsperiode.	0.5pt
------------	---	-------

B.2	Bepaal de amplitude A in mm voor een geschikt aantal meetpunten, oftewel bepaal de amplitude A als een functie van de weergegeven amplitude A_D . Noteer je resultaten in Tabel B.2 en geef de meetonzekerheden in je metingen aan.	0.8pt
------------	--	-------

B.3 Geef je meetpunten weer in **Grafiek B.3**. Geef ook de meetonzekerheden duidelijk aan. 1.0pt

B.4 Bepaal de parameters van een geschikte fit voor de gevonden curve om zo de calibratiefunctie $A(A_D)$ te vinden. 0.8pt

B.5 Bepaal de kritische excitatie amplitude A_{crit} van de zaadjes. 0.1pt

Deel C. Kritische exponent (3.5 punten)

In dit systeem komt de temperatuur overeen met de toegevoerde kinetische energie van de excitatie. Deze energie is evenredig met het kwadraat van de snelheid van de luidspreker, oftewel evenredig met $v^2 = A^2 f^2$, waarbij f de trillingsfrequentie is. We gaan nu deze afhankelijkheid controleren en de exponent b van de machtswet (power-law) bepalen. Deze machtswet bepaalt het gedrag van de orde parameter (zie vergelijking 1).

C.1 De onbalans (imbalance) $\left| \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right|$ is een goede kandidaat voor een orde parameter van het systeem omdat het nul is boven de kritische amplitude en gelijk aan 1 bij lage excitatie. Bepaal deze orde parameter als een functie van de amplitude A . Noteer je resultaten in de **Tabel C.1**. 1.1pt

C.2 Maak een grafiek van de onbalans $\left| \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right|$ als een functie van $|A_{\text{crit}}^2 - A^2|$ in **Grafiek C.2**. Je kan kiezen of voor beide assen logaritmisch (**Grafiek C.2a**) of voor beide assen lineair (**Grafiek C.2b**). Je moet dus slechts één grafiek maken. Je kan de **Tabel C.1** gebruiken voor je berekeningen voor de tweede optie. De punten in de grafiek liggen mogelijk niet op een rechte lijn, maar een lineaire benadering moet niettemin gedaan worden om met de machtswet de kritische exponent te kunnen bepalen. 1pt

C.3 Bepaal de exponent b en maak een schatting van de fout in de exponent. 1.4pt