

Hoppende korn - en model for faseovergange og instabiliteter (10 point)

Læs venligst de generelle instruktioner i den særskilte konvolut før du starter på opgaven

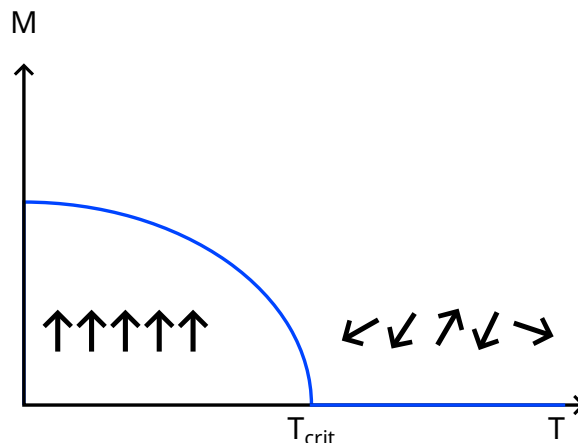
Indledning

Faseovergange er velkendte fra dagligdagen, fx har vand både en fast, en flydende, og en gastilstand. Disse tilstande er adskilt af faseovergange, hvor den samlede opførsel af molekylerne i stoffet ændrer sig. En sådan faseovergang er altid forbundet med en kritisk temperatur, hvor tilstanden ændres, fx kender man smeltepunkt og kogepunkt for vand.

Faseovergange er imidlertid et generelt begreb og forekommer også i andre systemer. Det gælder fx for magnetisme og superledning, hvor systemerne under en kritisk temperatur skifter fra én makropisk tilstand til en anden. En magnet skifter fra at være paramagnetisk til at være ferromagnetisk og en normal leder kan skifte til en superledende tilstand.

Faseovergange kan generelt beskrives ved at indføre en såkaldt ordensparameter. I magnetisme er ordensparameteren knyttet til graden af ensretning af de magnetiske momenter i atomerne.

Generelt vil ordensparameteren altid være nul over den kritiske temperatur. Under den kritiske temperatur er ordensparameteren ikke nul og vil vokse kontinuert op mod en maksimumsværdi, når man sænker temperaturen yderligere, som antydnet på figur 1. Figuren viser også hvorledes de magnetiske momenter er tilfældigt ordnet over overgangstemperaturen (den samlede magnetisering M er nul) og bliver mere ensrettede under overgangstemperaturen (den samlede magnetisering M er ikke nul).



Figur 1: Skitse af hvorledes ordensparameteren M afhænger af temperaturen ved en faseovergang. Under den kritiske temperatur T_{krit} vokser ordensparameteren op med faldende temperatur og er nul ved alle temperaturer over T_{krit}

Generelt er ordensparameteren M som funktion af temperaturen T tæt ved den kritiske temperatur T_{krit} givet ved et udtryk af formen

$$M \begin{cases} \sim (T_{krit} - T)^b, & M < T_{krit} \\ = 0, & M > T_{krit} \end{cases} \quad (1)$$

Udtrykket er meget generelt: Eksponenten b i denne potenssammenhæng er den samme for mange typer faseovergange.

Opgaven

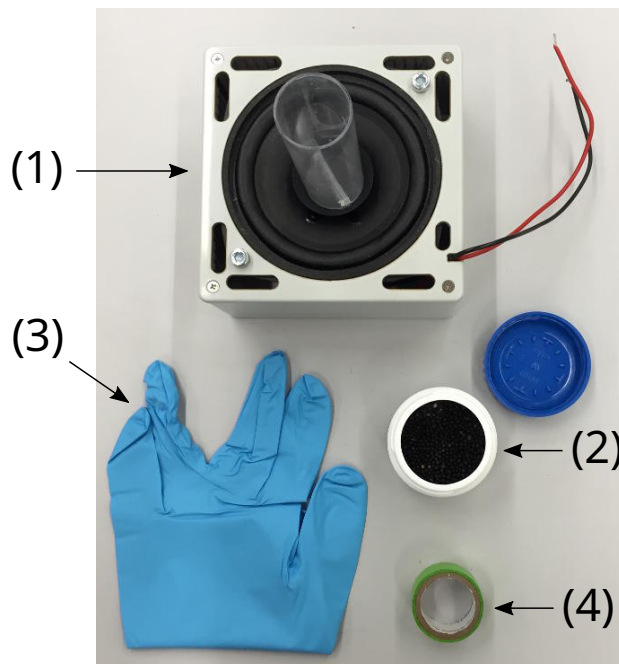
Betragt følgende simple eksempel hvor nogle af disse træk ved faseovergange skal undersøges. Fx skal det undersøges, hvordan en instabilitet leder til en kollektiv opførsel af nogle partikler og dermed til en faseovergang. Det skal også undersøges, hvordan den makroskopiske ændring afhænger af påvirkningen af partiklerne.

Normalt er det temperaturen, der giver anledning til faseovergange, men i dette modelforsøg består påvirkningen af en lodret acceleration af partiklerne (små korn) ved hjælp en højttalermembran, som styrer kornenes kinetisk energi. Når påvirkningen mindskes er den makroskopiske ændring, at alle kornene samles i den ene halvdel af en cylinder (delt midt på af en lille væg) monteret på højttalermembranen.

Ved først at have alle korn samlet i den ene halvdel af cylinderen og derefter øge amplituden af svingningerne vil man se, at kornene efterhånden fordeler sig ligeligt i de to halvdele af cylinderen. Denne kritiske amplitude svarer til at have øget temperaturen fra under til over den kritiske temperatur for faseovergangen.

Din opgave består i at bestemme den kritiske eksponent for faseovergangen i modelforsøget.

Apparatur



Figur 2: Apparatur, der kun hører til dette eksperiment

1. Højttaler med fastmonteret plastikcylinder
2. Ca. 100 små korn (i en plastikbeholder)

En handske

Tape

Vigtige forholdsregler

- Vær forsigtig med ikke at tage for hårdt fat på plastikcylinderen. Du må ikke vrikke eller løfte hele højttaleren ved hjælp af plastikcylinderen.
Du kan ikke få en erstatningshøjttaler, hvis højttalermembranen rives i stykker eller plastikcylinderen går af.
- Sluk højttaleren, når den ikke er i brug, for at spare på batteriet.
- I eksperimentet får man et 4 Hz sav-tak signal til højttalerne via bøsninger placeret på siden af signalgeneratoren.
- Amplituden af sav-tak signalet kan indstilles ved hjælp af potentiometeret betegnet *speaker amplitude* (4). En DC jævnspænding proportional med signalamplituden leveres til bøsningerne *speaker amplitude* (6) og jord, GND (7). Tallene refererer til fotografiet (figur 2) vist i de generelle instruktioner.
- Højttalermembranen er skrøbelig. Vær forsigtig med ikke at udsætte den for store kræfter hverken lodret eller vandret.

Del A. Den kritiske amplitude (3,3 point)

Før du starter denne del af opgaven, skal du tilslutte højttaleren til bøsningerne på siden af signalgeneratoren (sørg for den rigtige polaritet). Læg et passende antal (fx 50) korn i cylinderen monteret på højttaleren og benyt en afklippet finger af gummihandsken til at lukke cylinderen i toppen, så kornene ikke ryger ud. Tænd for svingningerne ved hjælp af vippekontakten og indstil amplituden ved at dreje på potentiometeret benævnt *speaker amplitude* (4) ved hjælp af den udleverede skruetrækker. Bemærk, hvordan kornene hopper og hvordan de bliver sorteret ved forskellige amplituder af svingningerne.

Den første opgave er at bestemme den kritiske amplitude for denne faseovergang. For at gøre dette skal du bestemme antallet af korn N_1 og N_2 i de to halvdele af cylinderen (vælg benævnelser så $N_1 \leq N_2$) som funktion af den aflæste displayamplitude A_D . Displayamplituden er fastlagt som den målte spændingsforskel mellem *speaker amplitude* (6) bøsningen og jord. Denne spændingsforskel er proportional med amplituden af sav-tak signalet til højttaleren. Foretag mindst fem målinger pr. spændingsforskel.

Vink:

- For at opnå, at kornene er i bevægelse skal du kun benytte spændingsforskelle til *speaker amplitude* der er større end 0,7 V. Start med at iagttage systemets opførsel ved at ændre spændingen langsomt uden at tælle korn.

Bemærk i øvrigt, at enkelte korn kan hænge fast på grund af elektrisk tiltrækning. Ved optællinger skal disse korn ikke medregnes.

A.1	Mål og nedskriv antallet af korn N_1 og N_2 i hver halvdel af cylinderen for en række forskellige displayamplituder A_D i tabel A.1 .	1.2pt
A.2	Beregn standardafvigelsen på dine målinger af henholdsvis N_1 og N_2 og skriv dine svar i tabel A.1 . Tegn N_1 og N_2 som funktion af den aflæste displayamplitude A_D i graf A.2 , med usikkerhedsfaner.	1.1pt
A.3	Bestem ud fra grafen den kritiske displayamplitude $A_{D,krit}$ hvor $N_1 = N_2$ ved at vente indtil en ligevægt er indtrådt.	1pt

Del B. Kalibrering (3,2 point)

Displayamplituden A_D er fastlagt som spændingsforskellen over højttaleren. Den fysisk interessante størrelse er derimod udsvingets amplitude, A , da denne størrelse er direkte relateret til hvor kraftigt kornene påvirkes. Du må derfor kalibrere displayamplituden. For at gøre dette skal du bedst muligt udnytte det udleverede apparatur og øvrige redskaber.

B.1	Skitsér den opstilling du har brugt til at måle amplituden A (i mm) af udsvinget af højttaleren.	0.5pt
B.2	Bestem amplituden A i mm for et passende antal punkter, dvs. du skal måle amplituden A som funktion af displayamplituden A_D i tabel B.2 og angiv usikkerhedsfaner på dine målinger.	0.8pt
B.3	Plot dine data i graf B.3 med usikkerhedsfaner.	1.0pt

B.4 Bestem konstanterne i funktionsforskriften for $A(A_D)$ og nedskriv funktionsforskriften for $A(A_D)$. 0.8pt

B.5 Bestem den kritiske amplitude A_{krit} for kornene. 0.1pt

Del C. Kritisk eksponent (3,5 point)

I vores modelforsøg svarer temperaturen til den kinetiske energi af kornene. Denne energi er proportional med kvadratet på højtalermembranens fart, dvs. $v^2 = A^2 f^2$, hvor f er frekvensen af svingningen. Vi vil nu teste denne sammenhæng og bestemme eksponenten b af den potenssammenhæng, der beskriver ordensparameterens opførsel (se ligning (1)).

C.1 Størrelsen $\left| \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right|$ er et godt mål som ordensparameter for vores system, fordi værdien er nul over den kritiske amplitude og lig med 1 ved små amplituder. Bestem denne størrelse som funktion af amplituden A . Angiv dine resultater i **tabel C.1**. 1.1pt

C.2 Plot $\left| \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right|$ som funktion af $|A_{krit}^2 - A^2|$, på det dobbeltlogaritmiske papir i **graf C.2**. Du kan benytte **tabel C.1** til dine beregninger. 1pt

C.3 Bestem eksponenten b og vurder usikkerheden. 1.4pt