

Прыгающие шарики — модель фазовых переходов и неустойчивостей (10 баллов)

Перед выполнением этого задания прочтите Инструкцию в отдельном конверте.

Введение

Переход воды из одного агрегатного состояния в другое является одним из примеров фазовых переходов в нашей повседневной жизни. Фазовый переход характеризуется изменением в коллективном поведении молекул и происходит при так называемой температуре фазового перехода (например, температуре замерзания или кипения воды).

Фазовые переходы также происходят в магнитных и сверхпроводящих материалах: при понижении температуры ниже температуры фазового перехода магнитное вещество переходит из парамагнитного в ферромагнитное состояние, а нормальная проводимость сверхпроводника — в сверхпроводимость.

Такие переходы могут быть описаны универсальным образом с помощью понятия *параметра порядка*. Например, в магнетизме параметр порядка характеризует выстраивание магнитных моментов атомов вдоль направления макроскопической намагниченности.

В так называемых фазовых переходах второго рода параметр порядка равен нулю выше критической температуры и непрерывно растёт при понижении температуры ниже критической (см. рис. 1). На рисунке также показано, что ниже критической температуры при ферромагнитном состоянии магнитные моменты индивидуальных атомов упорядочиваются и приводят к макроскопической намагниченности, в то время как выше критической температуры при парамагнитном состоянии они ориентированы хаотично и макроскопическая намагниченность равна нулю.

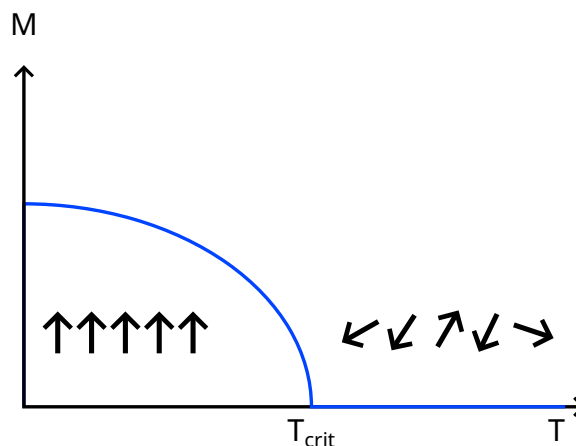


Рисунок 1. Качественный график зависимости параметра порядка M от температуры вблизи фазового перехода второго рода. Параметр порядка больше нуля ниже критической температуры

В фазовых переходах второго рода при температурах близких к критической параметр порядка —

степенная функция от температуры. Так, в магнетизме намагниченность M равна:

$$M \begin{cases} \sim (T_{\text{crit}} - T)^b, & T < T_{\text{crit}} \\ = 0, & T \geq T_{\text{crit}} \end{cases} \quad (1)$$

где T — температура. Более того, эта зависимость достаточно универсальна и степень b в этой зависимости одинакова для многих фазовых переходов второго рода различной природы.

Задание

На простом примере мы изучим некоторые свойства фазовых переходов второго рода, например, как наличие неустойчивости приводит к изменению в коллективном поведении частиц, а также как это изменение связано со степенью их возбуждения.

Обычно при изучении фазовых переходов второго рода рассматривается возбуждение частиц под воздействием температуры. В нашем случае возбуждение соответствует кинетической энергии частиц, приводимых в движение мембраной динамика. Макроскопическое изменение, соответствующее фазовому переходу, — собиранию шариков в одной из половин цилиндра, разделённых небольшой стенкой.

Постепенно увеличивая амплитуду от того значения, когда шарики собираются в одной половине цилиндра, можно обнаружить, что в конце концов при некотором значении амплитуды шарики будут распределены поровну между двумя половинами. Это аналогично нагреванию системы выше критической температуры.

Ваша цель — определить степень b в модели изучаемого фазового перехода.

Список оборудования

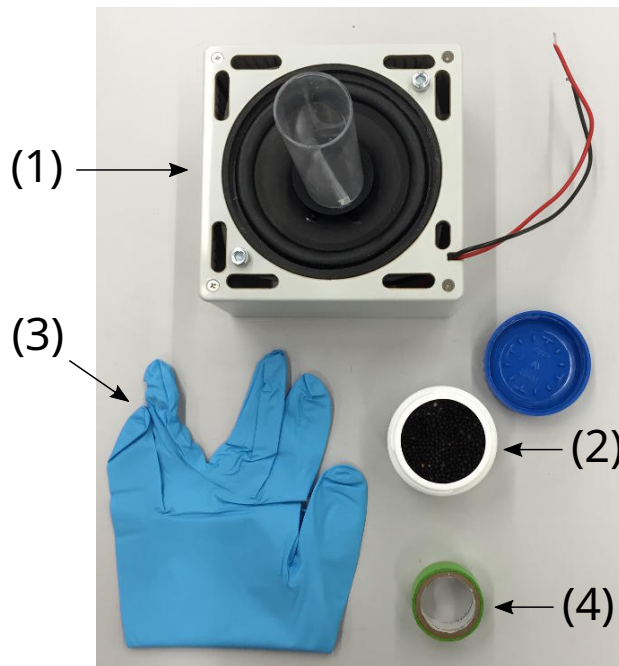


Рисунок 2. Дополнительное оборудование для этого эксперимента

- (1) Динамик с приклеенным к мембране пластиковым цилиндром
- (2) Около 100 шариков (маковых семян) в контейнере
- (3) Перчатка
- (4) Скотч

Меры предосторожности

- Не прикладывайте к цилиндру чрезмерных боковых усилий. Если от мембраны оторвётся цилиндр или порвётся сама мембрана динамика, замены оборудования не предусмотрено.
- Выключайте динамик всякий раз, когда не используете его, чтобы не разряжать батарейку.
- В данном эксперименте пилообразный сигнал частотой 4 Hz подается на выходы, расположенные сбоку генератора сигналов.
- Амплитуду сигнала можно менять, вращая винт правого потенциометра, помеченного как «*speaker amplitude*» (4). Постоянное напряжение, пропорциональное амплитуде сигнала, подаётся на клемму (6) на передней панели, помеченную как «*speaker amplitude*» (по отношению к земле (7)). Здесь цифры соответствуют цифрам на рисунке 2 из Инструкции.
- Мембрана динамика очень нежная. Не прикладывайте к ней больших усилий как вертикальных, так и боковых.

Часть А. Критическая амплитуда возбуждения (3.3 балла)

Для начала подсоедините динамик к боковым выходам генератора с соблюдением полярности. Аккуратно насыпьте около 50 шариков в цилиндр, отрежьте от перчатки часть пальца, и натяните отрезанную часть на верхний торец цилиндра, чтобы предотвратить выпрыгивание шариков. Подайте сигнал на динамик тумблером на передней панели генератора и подстраивайте амплитуду сигнала, вращая винт потенциометра «*speaker amplitude*» (4) отвёрткой. Подберите амплитуду, при которой шарики соберутся в одной из половин цилиндра.

В качестве первого задания, вам будет необходимо определить критическую амплитуду фазового перехода. Для этого необходимо подсчитать число семян N_1 и N_2 в каждой половине сосуда (выбирая индексы так, что $N_1 \leq N_2$) как функцию от амплитуды A_D — напряжения на выходе разъёма «*speaker amplitude*» (6). Это напряжение пропорционально амплитуде пилообразного сигнала. Сделайте не менее 5 измерений на каждое значение напряжения

Указание:

- Для того, чтобы движение частиц было всегда достаточным, работайте в этой задаче только с амплитудами напряжения «*speaker amplitude*» больше 0.7 В. Начните с наблюдения поведения системы при изменении напряжения без непосредственного подсчёта шариков. Может так получиться, что некоторые шарики прилипнут к дну из-за статического электричества. Исключите такие шарики из подсчёта.

A.1	Запишите число частиц N_1 и N_2 в двух половинах цилиндра для нескольких разных значений амплитуды A_D в таблицу A.1 .	1.2pt
------------	---	-------

A.2	Вычислите среднеквадратическое отклонение измерений числа частиц N_1 и N_2 и запишите результат в таблицу A.1 . Постройте графики зависимости числа частиц N_1 и N_2 от амплитуды A_D (включая погрешность измерений) на графике A.2 .	1.1pt
------------	--	-------

A.3	Из построенного графика определите критическую амплитуду $A_{D,crit}$ при которой $N_1 = N_2$ после достижения стационарного состояния.	1pt
------------	---	-----

Часть В. Калибровка (3.2 балла)

Амплитуда A_D имеет отношение к напряжению сигнала, подаваемого на динамик. С физической точки зрения более важный параметр — амплитуда колебания самой мембраны динамика, так как именно она показывает степень возбуждения шариков. В этом пункте требуется прокалибровать амплитуду A_D . Для достижения этой цели вы можете использовать любой из предоставленных вам предметов и материалов.

B.1	Нарисуйте схему установки для измерения амплитуды возбуждения, т.е. максимального отклонения A (мм), которое совершает мембрана за один период колебаний.	0.5pt
------------	---	-------

B.2	Определите амплитуду A в мм для разумного числа точек, т.е. запишите амплитуду A как функцию амплитуды A_D в таблицу B.2 и укажите погрешности измерений.	0.8pt
------------	--	-------

B.3	Полученные данные отобразите на графике B.3 , включая погрешности.	1.0pt
B.4	Аппроксимируйте полученную кривую подходящей функцией $A(A_D)$ и найдите её параметры.	0.8pt
B.5	Определите критическую амплитуду A_{crit} возбуждения семян.	0.1pt

Часть C. Показатель степени (3.5 балла)

В нашей системе температура соответствует сообщаемой кинетической энергии возбуждения. Эта энергия пропорциональна квадрату скорости колебаний мембраны громкоговорителя: $v^2 = A^2 f^2$, где f — частота колебаний. В этой части мы проверим эту зависимость и определим показатель степени b функции, описывающей параметр порядка (см. уравнение 1).

C.1	Коэффициент $\left \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right $ хорошо подходит в качестве параметра порядка для нашей задачи, так как он равен нулю при амплитудах выше критической и равен единице при малом возбуждении. Определите этот параметр порядка как функцию от амплитуды A . Запишите ваш результат в таблицу C.1 .	1.1pt
C.2	На графике C.2 постройте зависимость $\left \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right $ от $ A_{crit}^2 - A^2 $ в двойных логарифмических координатах. Для расчётов можно использовать таблицу C.1 . Может получиться, что точки на этом графике не лягут на прямую, тем не менее прямую надо провести в любом случае.	1pt
C.3	Определите степень b и оцените погрешность измерения.	1.4pt