

Les billes sauteuses ou comment modéliser des transitions de phase et des instabilités (10 points)

Veuillez lire les instructions générales qui se trouvent dans l'enveloppe séparée avant de commencer ce problème.

Introduction

Les transitions de phase sont bien connues dans la vie de tous les jours si l'on pense par exemple à l'eau qui peut se trouver dans différents états : solide, liquide ou gazeux. Ces différents états sont séparés par des transitions de phases durant lesquelles le comportement collectif des molécules change. On associe toujours une telle transition de phase avec une température de transition à laquelle l'état change. En reprenant l'exemple de l'eau, cela correspond aux températures de fusion et d'ébullition.

Les transitions de phase sont très répandues et observables dans bon nombre de systèmes, comme les aimants ou les supraconducteurs où, en-dessous d'une température de transition, l'état macroscopique passe du paramagnétisme au ferromagnétisme, ou encore d'un conducteur "normal" à un supraconducteur.

On peut décrire l'ensemble de ces transitions au moyen d'un formalisme commun, en introduisant ce qu'on appelle un paramètre d'ordre. Par exemple, pour le magnétisme, le paramètre d'ordre correspond à l'alignement des moments magnétiques des atomes, induisant une aimantation macroscopique.

Dans le cas des transitions de phases qualifiées de continues, le paramètre d'ordre est toujours nul au-dessus de la température critique, et croît continûment en-dessous de cette température, comme le montre la Figure 1 dans le cas d'un aimant. La température de transition d'une transition de phase continue est appelée température critique. Sur la figure, on trouve également une représentation schématique de l'ordre/du désordre microscopique dans le cas d'un aimant, où les moments magnétiques individuels s'alignent dans l'état ferromagnétique, donnant ainsi naissance à une aimantation macroscopique, alors qu'ils sont désordonnés dans la phase paramagnétique, ce qui mène à une aimantation macroscopique nulle.

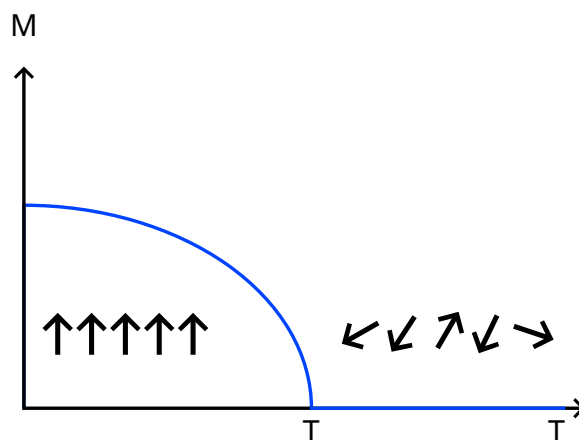


Figure 1 : Représentation schématique de la dépendance en température d'un paramètre d'ordre M lors d'une transition de phase. Lorsque la température décroît en dessous de la température critique T_{crit} , le paramètre d'ordre croît et est non nul, alors qu'il est nul au-dessus de la température critique T_{crit} .

Dans toute transition de phase continue, on trouve habituellement que le paramètre d'ordre proche d'une transition suit une loi de puissance. Dans l'exemple du magnétisme, l'aimantation M en-dessous de la température critique T_{crit} est donnée par :

$$M \begin{cases} \propto (T_{\text{crit}} - T)^b & \text{si } T < T_{\text{crit}} \\ = 0 & \text{si } T > T_{\text{crit}} \end{cases} \quad (1)$$

où T est la température. Ce qui est particulièrement stupéfiant, c'est que ce comportement est universel : le paramètre d'ordre suit non seulement une loi de puissance, mais l'exposant de cette loi est le même pour différents types de transition de phase.

Expérience

Nous allons étudier un exemple simple pour lequel plusieurs caractéristiques des transitions de phase continues peuvent être étudiées. Nous allons ainsi voir comment une instabilité mène à un comportement collectif des particules et donc à la transition de phase, ou encore de quelle manière le changement macroscopique dépend de l'excitation des particules.

Dans les transitions de phases habituelles, cette excitation est en principe influencée par la température. Dans notre exemple, l'excitation correspond à l'énergie cinétique des particules accélérées par le haut-parleur. Le changement macroscopique lié à la transition de phase étudiée ici correspond au tri des particules dans une moitié du cylindre, les deux moitiés étant séparées par une petite paroi.

En augmentant l'amplitude depuis le moment où les particules se sont regroupées dans une moitié du cylindre, vous allez remarquer que ces particules vont finir par se distribuer également entre les deux moitiés. En reprenant notre analogie, cela correspond à avoir chauffé au-delà de la température critique.

Votre objectif va donc consister à déterminer l'exposant critique pour le modèle de transition de phase étudié ici.

Liste du matériel

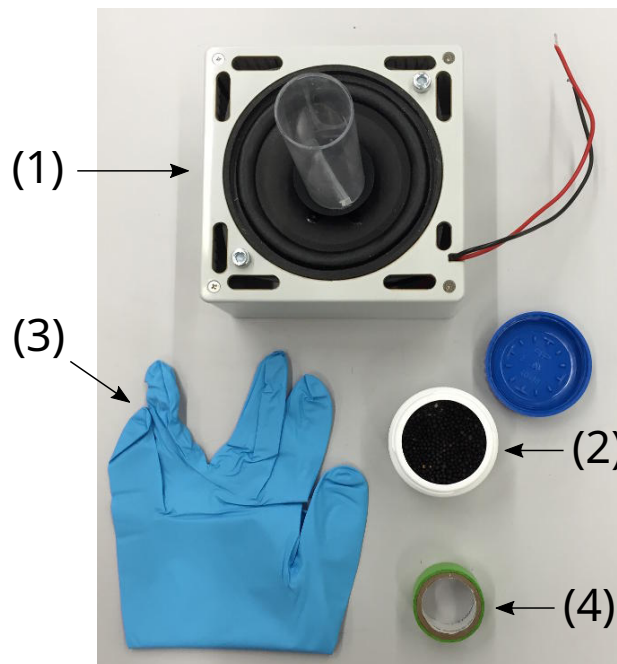


Figure 2 : Matériel supplémentaire pour l'expérience.

1. Haut-parleur avec un cylindre en plastique fixé au-dessus.
2. Environ 100 graines de pavot (dans un récipient en plastique)
3. Un gant
4. Un rouleau de ruban adhésif

Précautions importantes

- N'appliquez aucune force latérale excessive sur le cylindre en plastique fixé au haut-parleur. Notez bien qu'aucun dispositif ne sera échangé dans le cas d'une membrane déchirée ou d'un cylindre descellé.
- Éteignez le haut-parleur lorsque vous ne l'utilisez pas, afin d'éviter de vider la batterie inutilement.
- Dans cette expérience, un signal en dents de scie de 4 Hz est envoyé sur le haut-parleur via les sorties situées sur le côté du générateur.
- On peut ajuster l'amplitude du signal en dents de scie au moyen du potentiomètre de droite (*speaker amplitude* (4)). Une tension constante proportionnelle à l'amplitude du signal est produite entre la sortie *speaker amplitude* (6) et la sortie *GND* (7). Les numéros font référence à la photographie (figure 2) donnée dans les instructions générales.
- La membrane du haut-parleur est fragile. Assurez-vous de ne lui soumettre aucune pression inutile, aussi bien verticalement que de façon latérale.

Partie A. Amplitude d'excitation critique (3,3 points)

Avant de commencer, connectez tout d'abord le haut-parleur à la sortie du générateur de signaux située sur le côté (assurez-vous d'utiliser la bonne polarité). Remplissez le cylindre fixé au haut-parleur avec des graines de pavot (par ex. 50). En coupant un morceau du gant fourni, fermer le sommet du cylindre pour conserver les graines à l'intérieur du cylindre. Démarrez l'excitation au moyen de l'interrupteur et ajustez l'amplitude en tournant le potentiomètre de droite (*speaker amplitude* (4)) au moyen du tournevis fourni. Observez le tri des graines en testant différentes amplitudes.

Votre première tâche va consister à déterminer l'amplitude critique d'excitation de cette transition. Pour ce faire, vous devez déterminer le nombre de billes N_1 et N_2 (en choisissant toujours $N_1 \leq N_2$) dans les deux compartiments en fonction de l'amplitude affichée A_D , c'est-à-dire la tension mesurée sur la sortie *speaker amplitude* (6). Cette tension est proportionnelle à l'amplitude du signal en dents de scie qui excite le haut-parleur. Faire au moins 5 mesures pour chaque valeur d'amplitude.

Indication :

- Afin de toujours avoir une certaine dynamique dans les particules que vous étudiez, n'utilisez que des amplitudes correspondant à des tensions (*speaker amplitude*) supérieures à 0.7 V. Commencer par observer le comportement du système en faisant varier doucement la tension, sans compter les graines. Il peut arriver que certaines graines se collent dans le fond à cause des interactions électrostatiques. Il ne faudra pas prendre en compte ses graines.

A.1	Pour différentes amplitudes A_D , reportez dans le Tableau A.1 vos mesures des nombres de particules N_1 et N_2 dans chaque moitié du récipient.	1.2pt
------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------

A.2	Calculez l'écart-type sur vos mesures de N_1 et N_2 et reportez vos résultats dans le Tableau A.1 . Tracez N_1 et N_2 en fonction de l'amplitude affichée A_D dans le Graph A.2 , en faisant apparaître les barres d'incertitudes.	1.1pt
------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------

A.3	Sur votre graphe, déterminez l'amplitude affichée critique $A_{D,crit}$ à partir de laquelle les valeurs N_1 et N_2 sont égales une fois le régime stationnaire atteint.	1pt
------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Partie B. Calibration (3,2 points)

L'amplitude affichée A_D correspond à la tension appliquée au haut-parleur. Cependant, la grandeur physique qui nous intéresse est la distance maximum A parcourue lors d'une oscillation du haut-parleur, puisqu'elle est reliée au degré d'excitation des particules. Pour cela, vous devez donc calibrer l'amplitude affichée. Pour ce faire, vous êtes libre d'utiliser n'importe quel matériel/outil à disposition.

B.1	Représenter le dispositif expérimental que vous utilisez pour mesurer l'amplitude d'excitation, c'est-à-dire la distance maximum A (en mm) que parcourt le haut-parleur sur une période d'oscillation.	0.5pt
------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------

B.2	Déterminez l'amplitude A en mm pour un nombre adéquat de mesures, autrement dit reporter l'amplitude A en fonction de l'amplitude affichée A_D dans le Tableau B.2 et indiquez les incertitudes sur vos mesures.	0.8pt
------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------

B.3	Tracez vos données dans le Graphe B.3 , en faisant apparaître les barres d'incertitudes.	1.0pt
B.4	Déterminez les paramètres de la modélisation de la partie de la courbe utile à la calibration de A en fonction de A_D .	0.8pt
B.5	Déterminez l'amplitude d'excitation critique A_{crit} des graines de pavot.	0.1pt

Partie C. Exposant critique (3,5 points)

Dans notre système, la température correspond à l'énergie cinétique apportée à l'excitation. Cette énergie est proportionnelle au carré de la vitesse du haut-parleur, c'est-à-dire à $v^2 = A^2 f^2$, où f est la fréquence des oscillations. Nous allons à présent vérifier cette dépendance et déterminer l'exposant b de la loi de puissance qui régit le comportement du paramètre d'ordre (cf Eq. 1).

C.1	Le déséquilibre $\left \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right $ est un bon candidat comme paramètre d'ordre de notre système : il est nul au-dessus de l'amplitude critique et égal à 1 à faible excitation. Déterminez ce paramètre d'ordre en fonction de l'amplitude A et reportez vos résultats dans le Tableau C.1 .	1.1pt
C.2	Tracez le déséquilibre $\left \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right $ en fonction de $ A_{\text{crit}}^2 - A^2 $, sur le papier log-log (Graphe C.2). Vous pouvez utiliser le Tableau C.1 pour vos calculs. Même si les points ne semblent pas obéir à une relation linéaire, on utilisera une régression linéaire pour obtenir l'exposant critique.	1pt
C.3	Déterminez l'exposant b et estimez l'erreur.	1.4pt