

Perline che saltano - Un modello per le transizioni di fase e l'instabilità (10 punti)

Prima di iniziare questo problema, leggi le istruzioni di carattere generale riportate a parte.

Introduzione

Le transizioni di fase sono ben note dalla vita di tutti i giorni, p.e. l'acqua si presenta in differenti stati come solido, liquido e gassoso. Questi differenti stati sono separati da transizioni di fase, durante le quali cambia il comportamento collettivo delle molecole nel materiale. Ogni transizione di fase è sempre associata ad una temperatura critica, alla quale lo stato cambia, come p.e. la temperatura di solidificazione e la temperatura di ebollizione dell'acqua negli esempi precedenti.

Le transizioni di fase tuttavia coprono un più ampio spettro di situazioni e si presentano anche in altri sistemi, come nei magneti o nei superconduttori, dove al di sotto di una temperatura critica lo stato macroscopico cambia rispettivamente da paramagnetico a ferromagnetico o da conduttore normale a superconduttore.

Tutte queste transizioni possono essere descritte in un contesto comune di riferimento quando si introduce un parametro chiamato *parametro d'ordine*. Per esempio, nel magnetismo il parametro d'ordine è associato all'allineamento dei momenti magnetici degli atomi ad una magnetizzazione macroscopica.

In generale, il parametro d'ordine sarà sempre zero sopra la temperatura critica, mentre cresce con continuità sotto ad essa, come mostrato per un magnete nel disegno schematico riportato nella sottostante figura 1. La figura inoltre riporta una rappresentazione schematica dell'ordine o del disordine microscopico nel caso di un magnete, dove i singoli momenti magnetici si allineano nello stato ferromagnetico per dare origine ad una magnetizzazione macroscopica, mentre sono orientati casualmente nella fase paramagnetica fornendo una magnetizzazione macroscopica nulla.

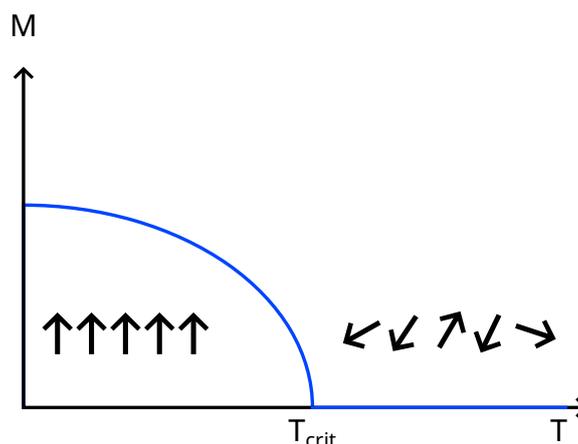


Figura 1: Rappresentazione schematica della dipendenza dalla temperatura del parametro d'ordine M alla transizione di fase. Sotto alla temperatura critica T_{crit} , il parametro d'ordine cresce ed è diverso da zero, mentre è uguale a zero alle temperature superiori alla T_{crit} .

In generale nelle transizioni di fase si trova che il parametro d'ordine in prossimità di una transizione segue una legge di potenza, in altre parole nel magnetismo la magnetizzazione M al di sotto della

temperatura critica, T_{crit} , è data da:

$$M \begin{cases} \sim (T_{\text{crit}} - T)^b, & T < T_{\text{crit}} \\ = 0, & T > T_{\text{crit}} \end{cases} \quad (1)$$

dove T è la temperatura. Ciò che è ancora più sbalorditivo è che questo comportamento è universale: l'esponente di questa legge di potenza è lo stesso per molti differenti tipi di transizioni di fase.

Problema

Analizzeremo un semplice campione dove possono essere studiate alcune delle caratteristiche di una transizione continua di fase, per esempio la modalità con la quale una instabilità produce un comportamento collettivo delle particelle e dunque una transizione di fase, oppure come il cambiamento macroscopico dipende da un'eccitazione delle particelle.

Nelle più comuni transizioni di fase questa eccitazione è solitamente determinata dalla temperatura. Nel nostro esempio, l'eccitazione è fornita dall'energia cinetica acquistata dalle particelle accelerate dall'altoparlante. La variazione macroscopica corrispondente alla transizione di fase che si studia qui consiste nello smistamento delle perline in una metà di un cilindro delimitata da un muretto.

Aumentando l'ampiezza a partire dal punto in cui le particelle sono smistate in una metà del cilindro, troverai che alla fine le particelle si distribuiscono equamente tra le due metà del cilindro. Ciò corrisponde ad aver riscaldato il sistema oltre la temperatura critica.

Il tuo obiettivo è quello di determinare l'esponente critico per il modello di transizione di fase studiato qui.

Lista del materiale

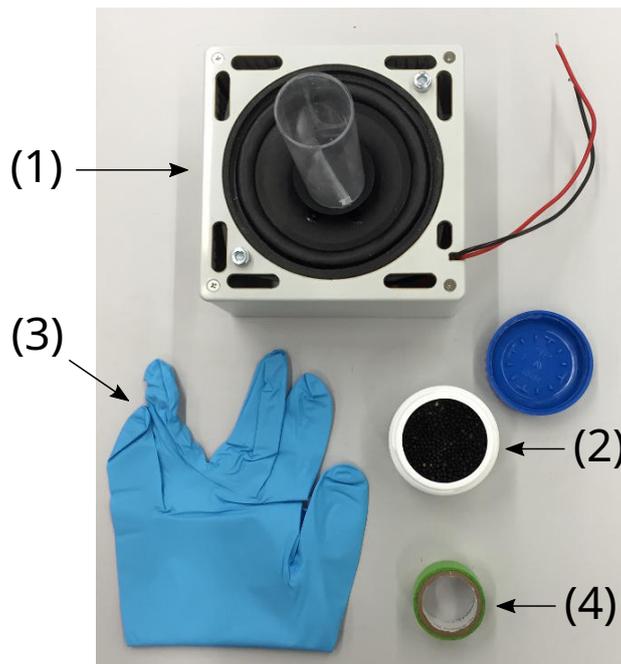


Figura 2: Strumentazione aggiuntiva per questo esperimento.

1. Altoparlante assemblato con un cilindro di plastica montato nella parte superiore
2. Circa 100 semi di papavero (in un recipiente di plastica)
3. Un guanto
4. Nastro adesivo

Precauzioni importanti

- Non applicare una forza laterale eccessiva sul cilindro di plastica montato sull'altoparlante. Si noti che non saranno forniti dispositivi di riserva in caso di membrane degli altoparlanti strappate o staccate dal cilindro di plastica.
- Spegner il gruppo dell'altoparlante quando non in uso, al fine di evitare un inutile consumo della batteria.
- In questo esperimento, sui morsetti per l'altoparlante situati sul generatore di segnali è disponibile in uscita un segnale a dente di sega di 4 Hz.
- L'ampiezza del segnale a dente di sega può essere regolata usando il corretto potenziometro etichettato come *ampiezza altoparlante* (4). Una tensione continua proporzionale all'ampiezza di segnale viene emessa sulla presa *ampiezza altoparlante* (6) (rispetto alla presa GND (7)). I numeri si riferiscono alla fotografia (figura 2) indicata nelle istruzioni di carattere generale.
- La membrana dell'altoparlante è delicata. Assicurarsi di non applicare una pressione eccessiva su di essa con qualsiasi mezzo sia in verticale che laterale.

Parte A. Ampiezza di eccitazione critica (3.3 punti)

Prima di iniziare i compiti reali di questo problema, collega l'altoparlante ai terminali sul lato del generatore di segnali (assicurarsi di utilizzare la polarità corretta). Mettere alcuni (ad esempio 50) semi di papavero nel cilindro montato sull'altoparlante e utilizzare un pezzo tagliato dal guanto fornito per chiudere il cilindro in alto per mantenere i semi di papavero nel cilindro. Accendere l'eccitazione utilizzando l'interruttore e regolare l'ampiezza ruotando il corretto potenziometro etichettato *ampiezza altoparlante* (4) usando il cacciavite fornito. Osservare lo smistamento delle perline provando diverse ampiezze.

Il primo compito è quello di determinare l'eccitazione di ampiezza critica di questa transizione. Per fare questo, è necessario determinare il numero di perline N_1 e N_2 nei due scomparti (scegliendo i nomi dei due vani in modo che $N_1 \leq N_2$) in funzione dell'ampiezza A_D visualizzata, che è la tensione misurata nella presa *ampiezza dell'altoparlante* (6). Questa tensione è proporzionale all'ampiezza della forma d'onda a dente di sega che pilota l'altoparlante. Fare almeno 5 misurazioni per ogni valore della tensione.

Suggerimento:

- Al fine di avere sempre un movimento nelle particelle che studi, indagare solo ampiezze corrispondenti alla tensione *ampiezza altoparlante* superiore a 0.7 V. Iniziare analizzando il comportamento del sistema semplicemente variando la tensione lentamente senza alcun conteggio delle perline. Può essere che alcune delle perline rimangano attaccate alla base a causa di fenomeni di elettrostatica. Non contare queste perline.

| | | |
|------------|---|-------|
| A.1 | Annota nella Tabella A.1 i tuoi conteggi del numero di particelle N_1 e N_2 in ciascuna metà del recipiente per varie ampiezze A_D . | 1.2pt |
|------------|---|-------|

| | | |
|------------|--|-------|
| A.2 | Calcola la deviazione standard delle tue misure di N_1 e N_2 e riporta il risultato nella Tabella A.1 . Costruisci nel Grafico A.2 un grafico di N_1 e di N_2 in funzione dell'ampiezza mostrata A_D , includendo le loro incertezze sperimentali. | 1.1pt |
|------------|--|-------|

| | | |
|------------|--|-----|
| A.3 | Basandoti sul tuo grafico, determina l'ampiezza mostrata critica $A_{D,crit}$ per la quale $N_1 = N_2$, dopo aver atteso fino a quando viene raggiunto uno stato stazionario. | 1pt |
|------------|--|-----|

Parte B. Calibrazione (3.2 punti)

L'ampiezza mostrata A_D corrisponde ad una tensione applicata all'altoparlante. Tuttavia, la quantità fisicamente interessante è il massimo spostamento A dell'oscillazione dell'altoparlante, in quanto questo si collega a quanto fortemente le perline sono eccitate. Pertanto, è necessario calibrare l'ampiezza visualizzata. A questo scopo, è possibile utilizzare qualsiasi materiale e strumenti che ti sono stati forniti.

| | | |
|------------|---|-------|
| B.1 | Rappresentare la configurazione utilizzata per misurare l'ampiezza di eccitazione, cioè la distanza massima A (in mm) percorsa dall'altoparlante in un periodo di oscillazione. | 0.5pt |
|------------|---|-------|

| | | |
|------------|---|-------|
| B.2 | Determinare l'ampiezza A in mm per un numero opportuno di punti, cioè registrare nella Tabella B.2 l'ampiezza A in funzione dell'ampiezza mostrata A_D e indicare le incertezze sperimentali delle tue misurazioni. | 0.8pt |
|------------|---|-------|

| | | |
|------------|---|-------|
| B.3 | Riporta i tuoi dati nel Grafico B.3 , incluse le incertezze sperimentali. | 1.0pt |
| B.4 | Determina i parametri della curva risultante, usando un adeguato fit per determinare la funzione di calibrazione $A(A_D)$. | 0.8pt |
| B.5 | Determina l'ampiezza di eccitazione critica A_{crit} dei semi di papavero. | 0.1pt |

Parte C. Esponente critico (3.5 punti)

Nel nostro sistema, la temperatura corrisponde all'energia cinetica fornita dall'eccitazione. Questa energia è proporzionale al quadrato della velocità dell'altoparlante, cioè a $v^2 = A^2 f^2$, dove f è la frequenza dell'oscillazione. Noi ora analizzeremo questa dipendenza e determineremo l'esponente b della legge di potenza che regola il comportamento del parametro d'ordine (vedi Eq. 1).

| | | |
|------------|---|-------|
| C.1 | La grandezza non equilibrata $\left \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right $ è un buon candidato per un parametro d'ordine per il nostro sistema poiché vale zero sopra l'ampiezza critica ed è uguale a 1 a bassa eccitazione. Determinare questo parametro d'ordine in funzione dell'ampiezza A . Registra i tuoi risultati nella Tabella C.1 . | 1.1pt |
| C.2 | Rappresenta nel Grafico C.2 la grandezza non equilibrata $\left \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right $ in funzione di $ A_{\text{crit}}^2 - A^2 $, in cui entrambi gli assi hanno scale logaritmiche (scala bilogaritmica). È possibile utilizzare la Tabella C.1 per i calcoli. I punti sul grafico possono sembrare non obbedire ad una relazione lineare, ma ciò nonostante deve essere eseguita una regressione lineare al fine di determinare l'esponente critico della formula. | 1pt |
| C.3 | Determinare l'esponente b e stimare l'incertezza. | 1.4pt |