

Granitos saltarines - Un modelo de transiciones de fase e inestabilidades (10 puntos)

Antes de comenzar a resolver este problema lee las instrucciones generales localizadas dentro del sobre adjunto.

Introducción

Las transiciones de fase son bien conocidas en la vida cotidiana. Por ejemplo, las has visto en el agua al congelarse o al evaporarse. Estos diferentes estados están separados por transiciones de fase donde el comportamiento colectivo de las moléculas del agua cambia. Tales transiciones de fase siempre tienen asociada una temperatura de transición a la cual ocurren estos cambios de estado. La temperatura de evaporación o de congelación son un ejemplo de esto.

Sin embargo, las transiciones de fase son más comunes de lo que parece y ocurren en otros sistemas tales como imanes o superconductores, en los que, por debajo de cierta temperatura, en el primer caso, un paramagneto se transforma en ferromagneto y en el segundo, un conductor se transforma en superconductor.

Todas estas transiciones se pueden describir de manera similar si se introduce el denominado "parámetro de orden". En el caso del magnetismo, el parámetro de orden está asociado a la alineación de los momentos magnéticos de los átomos y a su vez con una magnetización macroscópica.

En las denominadas transiciones de fase continuas, el parámetro de orden siempre será cero por encima de una temperatura crítica y aumentará continuamente por debajo de ésta, como se muestra en el esquema de un imán de la **Figura 1**. La temperatura de transición de dichas transiciones se denomina temperatura crítica. En dicha figura se puede observar una representación esquemática del orden o desorden para el caso del imán, donde los momentos magnéticos individuales se alinean en el estado ferromagnético dando lugar a una magnetización macroscópica, mientras que en la fase paramagnética los momentos se orientan aleatoriamente, provocando una magnetización macroscópica nula.

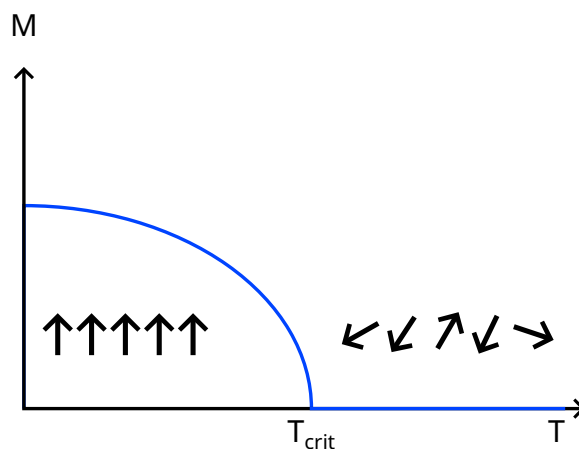


Figura 1: Representación esquemática de la dependencia del parámetro de orden M como función de la temperatura en la transición de fase. Por debajo de la temperatura crítica T_{crit} , el parámetro de orden, distinto de cero, crece con una disminución de la temperatura mientras que es cero para toda temperatura por encima de T_{crit} .

En las transiciones de fase continuas, generalmente se encuentra que el parámetro de orden sigue una

ley de potencia cerca de la transición. En el caso del magnetismo, la magnetización por debajo de T_{crit} está dada por:

$$M \begin{cases} \sim (T_{\text{crit}} - T)^b, & T < T_{\text{crit}} \\ = 0, & T > T_{\text{crit}} \end{cases} \quad (1)$$

donde T es la temperatura. ¡Sorprendentemente, este comportamiento es universal! Es decir, el exponente crítico b de esta ley de potencias es el mismo para varios tipos de transiciones de fase.

Tarea

Estudiaremos un ejemplo simple en el que una inestabilidad conduce a un comportamiento colectivo de las partículas, generando una transición de fase continua. Así mismo, veremos cómo un cambio macroscópico depende de una excitación de las partículas.

En las transiciones de fase comunes, esta excitación es la temperatura. En nuestro ejemplo, la excitación consiste en la energía cinética de las partículas al ser aceleradas por una bocina, como veremos adelante. El cambio macroscópico correspondiente a la transición de fase que estudiaremos consiste en la distribución del número de granitos en las dos mitades del fondo del cilindro de plástico, separadas por una pequeña barrera.

Al incrementar la amplitud de la excitación, desde el valor de la amplitud en la que todas las partículas han ocupado un solo lado del cilindro, podrás observar que eventualmente las partículas se distribuyen equitativamente entre las dos mitades. Esto corresponde a haber calentado al sistema hasta superar la temperatura crítica.

Tu objetivo es determinar el exponente crítico del modelo de transición de fase estudiado aquí.

Materiales

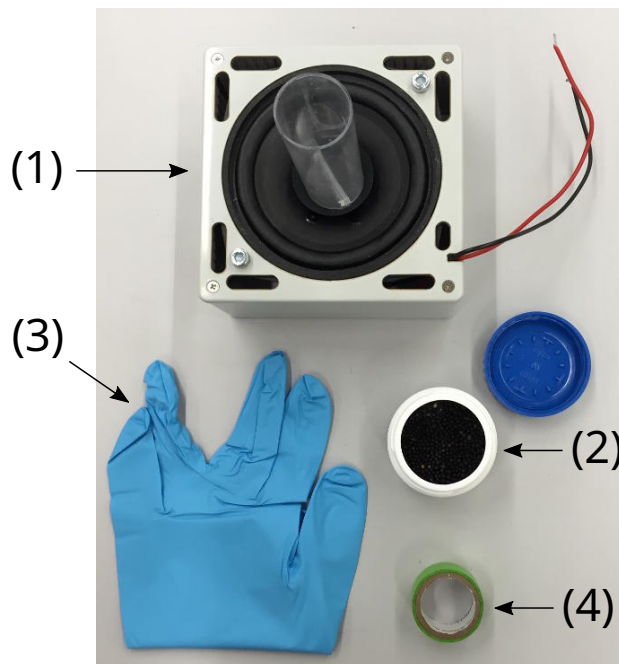


Figura 2: Equipo adicional para este experimento.

1. Arreglo de bocina con cilindro de plástico montado encima.
2. Alrededor de 100 semillas de amapola ("granitos"), en un recipiente de plástico.
3. Un guante
4. Cinta adhesiva

Recomendaciones importantes

- No apliques una fuerza lateral excesiva al cilindro de plástico montado en la bocina. **¡Ten en cuenta que no se te reemplazará el equipo si lo dañas!**
- Apaga la bocina cuando no la uses para evitar que la batería se agote.
- El generador de señales proporciona una señal diente de sierra de 4 Hz desde las terminales laterales del aparato hacia la bocina.
- Puedes ajustar la amplitud de la señal diente de sierra utilizando el potenciómetro de la derecha, etiquetado con la leyenda *speaker amplitude* (4). Desde la terminal (6) y con respecto a la terminal de tierra (7), se tiene un voltaje DC proporcional a la amplitud de la señal. Los números mencionados se refieren a la fotografía (**Figura 2**) mostrada en las instrucciones generales.
- La membrana de la bocina es muy delicada. Asegúrate de no aplicar una presión excesiva sobre ella tanto vertical como lateralmente.

Part A. Amplitud de la excitación crítica (3.3 puntos)

Antes de comenzar las tareas de este problema, conecta la bocina a las terminales laterales del generador de señales (asegúrate de usar la polaridad correcta). Coloca unos 50 granitos en el cilindro montado en la bocina. Con un pedazo cortado del guante proporcionado, sella el extremo abierto del cilindro para evitar que escapen los granitos. Enciende la excitación utilizando el interruptor y ajusta la amplitud con el desarmador girando hacia la derecha el potenciómetro, señalado con *speaker amplitude* (4). Observa la distribución del número de granitos en las mitades del cilindro, probando con diferentes amplitudes.

La primera tarea consiste en determinar la amplitud de la excitación crítica de esta transición. Para esto, deberás determinar el número de granitos N_1 y N_2 en los dos compartimentos del cilindro como función de la amplitud A_D , que corresponde al voltaje medido en la terminal *speaker amplitude* (6). Asigna siempre N_1 al número mayor y N_2 al menor. El voltaje mencionado es proporcional a la amplitud de la señal diente de sierra que alimenta a la bocina. Realiza al menos 5 mediciones por voltaje.

Sugerencia:

- Para mantener el movimiento de las partículas, sólo utiliza amplitudes de voltaje por encima de 0.7 V. Comienza sólo observando el comportamiento del sistema al variar lentamente el voltaje sin contar los granitos. Puede suceder que algunos granitos se peguen al piso debido a la electrostática. No cuentes estos granitos.

A.1	En la Tabla A.1 registra tus mediciones del número de granitos N_1 y N_2 en cada mitad del cilindro .	1.2pt
A.2	Calcula la desviación estándar de tus medidas de N_1 y N_2 y registra tus resultados en la Tabla A.1 . Grafica N_1 y N_2 como función de la amplitud A_D en la Gráfica A.2 , incluyendo sus incertidumbres.	1.1pt
A.3	Con base en la gráfica, determina la amplitud crítica $A_{D,crit}$ a la cual $N_1 = N_2$, asegurándote de que tus medidas hayan sido tomadas esperando un tiempo suficiente para alcanzar un estado estacionario.	1pt

Parte B. Calibración (3.2 puntos)

La amplitud A_D corresponde al voltaje aplicado a la bocina. Sin embargo, la cantidad física de interés es el desplazamiento máximo A de la oscilación de la bocina, debido a que esta se relaciona con la intensidad de la excitación de los granitos. Por esta razón, necesitas calibrar la amplitud A_D . Para este fin puedes usar cualquier material y herramienta proporcionados.

B.1	Esboza el arreglo experimental que utilizarás para medir la amplitud de la excitación. Es decir, la distancia máxima A (en mm) que viaja la membrana de la bocina en un periodo de oscilación.	0.5pt
B.2	Determina la amplitud A en mm de un número apropiado de puntos. En la Tabla B.2 registra la amplitud A como función de la amplitud A_D , indicacando la incertidumbre de tus medidas	0.8pt
B.3	Grafica tus datos en la Gráfica B.3 , incluyendo las incertidumbres.	1.0pt

B.4	Determina los parámetros de la curva resultante utilizando un ajuste apropiado para determinar la función de calibración A , como función de A_D , es decir, $A(A_D)$.	0.8pt
------------	---	-------

B.5	Determina la amplitud de la excitación crítica A_{crit} de los granitos.	0.1pt
------------	---	-------

Parte C. Exponente crítico (3.5 puntos)

En nuestro sistema, la temperatura corresponde a la energía cinética proporcionada por la excitación. Esta energía es proporcional al cuadrado de la velocidad de la bocina. En particular $v^2 = A^2 f^2$, donde f es la frecuencia de oscilación. Ahora probaremos esta dependencia al obtener el exponente b de la ley de potencias que obedece el comportamiento del parámetro de orden (Ve la **Eq. 1**)

C.1	El cociente $\left \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right $ es un buen candidato del parámetro de orden para nuestro sistema el cual es cero por encima de la amplitud crítica e igual a 1 a baja excitación. Determina este parámetro de orden como función de la amplitud A . Registra tus resultados en la Tabla C.1 .	1.1pt
------------	---	-------

C.2	Grafica el cociente $\left \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right $ como función de $ A_{\text{crit}}^2 - A^2 $ en la Gráfica C.2 , con los dos ejes en escala logarítmica (gráfica log-log). Puedes utilizar la Tabla C.1 para tus cálculos. Los puntos en la gráfica podrían no obedecer una relación lineal pero aún así, debes realizar un ajuste lineal para ajustar la fórmula del exponente crítico.	1pt
------------	--	-----

C.3	Determina el exponente b y estima su error.	1.4pt
------------	---	-------