

Studsande kulor - En modell för fasövergångar och instabiliteter (10 poäng)

Läs de allmänna anvisningarna i det separata kuvertet innan du börjar.

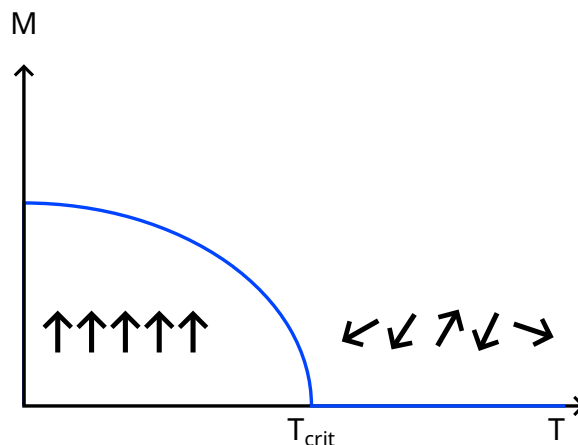
Inledning

Många ämnen, exempelvis vatten, kan förekomma i fast, flytande eller gasform. Växlingen mellan sådana tillstånd kallas fasövergång. Då ändras molekylernas kollektiva beteende. En fasövergång hänger alltid samman med en fasövergångstemperatur, vid vilken övergången sker. För vatten talar vi om fryspunkt respektive kokpunkt.

Fasövergångar förekommer även i andra sammanhang, som i magneter och supraledare. Under fasövergångstemperaturen övergår en paramagnet till att bli en ferromagnet och en ledare till att bli en supraledare.

Alla dessa övergångar kan beskrivas på liknande sätt med en så kallad ordningsparameter. I magnetfallet hänger denna samman med hur väl atomernas magnetiska moment samverkar, och eventuellt ger en makroskopisk magnetisering.

Ordningsparametern är alltid noll över den kritiska temperaturen och ökar sedan kontinuerligt när temperaturen sjunker, enligt Figur 1 nedan. Fasövergångstemperaturen kallas också kritisk temperatur. Figuren visar också schematiskt graden av ordning/oordning i en magnet. I det paramagnetiska fallet är de magnetiska momenten oordnade och ger en makroskopisk magnetisering nära noll. I det ferromagnetiska fallet är de enskilda magnetiska momenten ordnade och ger därmed en makroskopisk magnetisering.



Figur 1: Schematisk beskrivning av ordningsparametern M vid en fasövergång. Under den kritiska temperaturen T_{crit} , ökar ordningsparametern, medan den är noll för temperaturer över T_{crit} .

För kontinuerliga fasövergångar kan ordningsparametern nära den kritiska temperaturen beskrivas med

ett potens-samband, till exempel ges magnetiseringen M under den kritiska temperaturen, T_{crit} , av:

$$M \begin{cases} \sim (T_{\text{crit}} - T)^b, & T < T_{\text{crit}} \\ = 0, & T > T_{\text{crit}} \end{cases} \quad (1)$$

där T är temperaturen. Detta har visat sig gälla generellt, och exponenten är dessutom lika för många typer av fasövergångar.

Uppgift

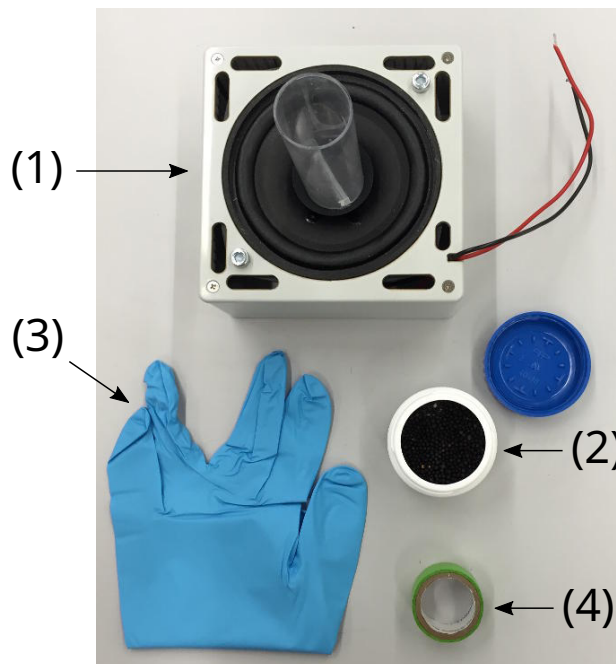
Vi ska studera några av egenskaperna hos en kontinuerlig fasövergång, som hur en instabilitet leder till ett kollektivt beteende hos kulor, både vid en fasövergång och hur den makroskopiska förändringen beror på hur mycket kulorna exciterats.

I vanliga fall beror fasövergången på temperaturen, men här åstadkoms excitationen genom att kulorna ges en kinetisk energi när de accelereras vertikalt av en högtalare. Den makroskopiska förändringen representeras här av hur ojämnt kulorna fördelas mellan två fack (skilda av en liten vägg) i en cylinder.

Ökas amplituden från ett läge där partiklarna är sorterade till ena halvan av cylindern, finner man att partiklarna till slut delar upp sig jämnt mellan de två halvorna. Detta motsvarar att hetta upp materialet över den kritiska temperaturen.

Uppgiften består av att finna exponenten i potens-sambandet.

Utrustningslista



Figur 2: Extra utrustning för detta experiment.

1. Högtalare med plastcylinder monterad upptill
2. Runt hundra små kulor (i en plastbehållare)
3. En handske
4. Tejp

Viktig information

- Behandla plastcylindern varsamt. Du får ingen ny om den skulle lossna eller membranet skadas.
- Stäng av högtalaruppkopplingen när den inte används för att spara på batteriet.
- Signalgeneratoren ger en 4 Hz sågtandsspänning vid kontakten för högtalarens drivspänning.
- Sågtandsspänningens amplitud kan varieras med den högra potentiometern markerad *speaker amplitude* (4). Från kontakten *speaker amplitude* (6) fås en DC-spänning (till *GND*-kontakten (7)) som är proportionell mot sågtandsamplituden. Siffrorna i parentes hänvisar till figur 2 i de allmänna anvisningarna.
- Högtalarmembranet är mycket känsligt. Än en gång ta det försiktigt

Del A. Kritisk excitationsamplitud (3,3 poäng)

Innan du börjar med själva problemet, koppla upp högtalaren till kontakterna på sidan av signalgeneratortorn (var uppmärksam på polariteten). Lägg i några (t.ex. 50) kulor i cylindern på högtalarna och använd en utklippt del av handsken för att tillsluta cylindern för att inte spilla ut kulorna. Slå på excitationerna med vippströmbrytaren och justera amplituden genom att vrida på potentiometern markerad *speaker amplitude* (4) med hjälp av skruvmejseln. Observera hur kulorna fördelas vid olika amplituder.

Bestäm först den kritiska excitationsamplituden för denna fasövergång genom att räkna antalet kulor N_1 and N_2 i de två halvorna (välj beteckningar så att $N_1 \leq N_2$) som funktion av amplituden A_D , som är spänningen på *speaker amplitude* kontakten (6). Spänningen är proportionell mot amplituden på den sågtandsspänning som driver högtalaren. Gör minst fem mätningar för varje värde på spänningen.

Ledtråd:

- För att hela tiden ha rörelse på kulorna ska *speaker amplitude* vara minst 0,7 V. Börja med att sakta öka spänningen för att se hur kulorna beter sig. Om några kulor fastnar i botten på grund av elektrostatiska krafter ska de inte räknas.

A.1	Bestäm antal kulor N_1 och N_2 i respektive halva för olika amplituder A_D och för in dina värden i Table A.1 .	1.2pt
A.2	Beräkna standardavvikelsen för dina värden på N_1 och N_2 och för in i Table A.1 . Plotta N_1 och N_2 som funktion av amplituden A_D i Graph A.2 , med felgränser.	1.1pt
A.3	Bestäm den kritiska amplituden $A_{D,crit}$ genom att i din graf extrapolera till det värde där amplituderna N_1 och N_2 blir lika, men vänta tills ett stabilt tillstånd uppstått.	1pt

Del B. Kalibrering (3,2 poäng)

Amplituden A_D beror på spänningen till högtalaren. Emellertid är den intressanta storheten den maximala förflyttning A som högtalarmembranet har, eftersom den avgör hur mycket kulorna exciteras. Därför måste spänningen kalibreras mot sträckan. För att göra detta, använd något av det du har tillgängligt.

B.1	Redovisa en figur som visar hur du mätt excitationsamplituden dvs. den sträcka A (i mm) som högtalaren rört sig som mest under en oscillationsperiod.	0.5pt
B.2	Bestäm amplituden A i mm som funktion av amplituden A_D i Table B.2 med felgränser.	0.8pt
B.3	Plotta dina värden i Graph B.3 , med felgränser.	1.0pt
B.4	Bestäm parametrarna för din graf och gör en lämplig anpassning för att kunna bestämma funktionen $A(A_D)$.	0.8pt

B.5 Bestäm kulornas kritiska excitationens amplitud A_{crit} .

0.1pt

Del C. Kritiska exponenten (3,5 poäng)

I vår modell svarar temperaturen mot den kinetiska energin hos excitationen. Denna energi är proportionell mot farten i kvadrat hos högtalarmembranet, dvs. $v^2 = A^2 f^2$, där f är oscillationsfrekvensen. Vi ska nu testa detta samband och bestämma exponenten b i potens-sambandet för ordningsparametern (se Eq. 1).

C.1 Kvoten $\left| \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right|$ är lämplig som ordningsparameter eftersom den är noll över den kritiska amplituden och ett för små excitationer. Bestäm ordningsparametern som funktion av amplituden A . Redovisa dina resultat i **Table C.1**. 1.1pt

C.2 Plotta kvoten $\left| \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right|$ som funktion av $|A_{\text{crit}}^2 - A^2|$, i log-log-diagrammet i **Graph C.2**. Använd **Table C.1** för dina beräkningar. Även om dina mätvärden inte ser ut att ligga på en rät linje, ska du ändå göra en linjär anpassning för att kunna bestämma exponenten. 1pt

C.3 Bestäm exponenten b och uppskatta felet.

1.4pt