მექანიკის ორი ამოცანა (10 ქულა)

მუშაობის დაწყებამდე წაიკითხეთ ზოგადი ინსტრუქცია, რომელიც მოთავსებულია ცალკე კონვერტში

ნაწილი A. დამალული დისკო (3.5 ქულა)

ჩვენ განვიხილავთ r_1 რადიუსისა და h_1სისქის ხის ცილინდრს. ცილინდრის შიგნით, რაღაც ადგილას ხე შეცვალეს r_2 რადიუსისა და h_2 სისქის ლითონის დისკოთი. ეს დისკო მოთავსებულია იმგვარად, რომ მისი B სიმეტრიის ღერძი და ცილინდრის S სიმეტრიის ღერძი პარალელურებია. ლითონის დისკო თანაბრადაა დაშორებული ხის ცილინდრის ზედა და ქვედა ზედაპირებიდან. მანძილს S-სა და B ღერძებს შორის აღვნიშნავთ d-თი. ხის სიმკვრივეა ρ_1და ლითონის სიმკვრივეა $\rho_2 > \rho_1$. ხის ცილინდრისა და ლითონის დისკოს ჯამური მასაა M.

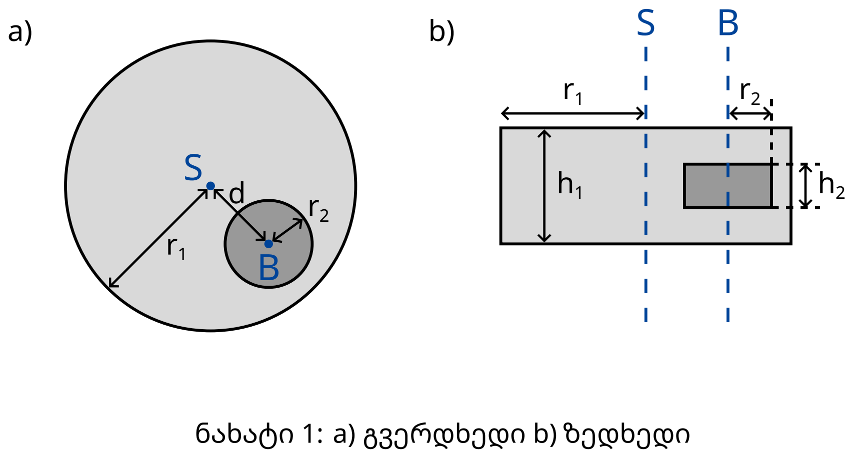
ამ დავალებაში, ხის ცილინდრი მოთავსებულია ზედაპირზე ისე, რომ მას შეუძლია თავისუფლად გორვა მარჯვნივ და მარცხნივ. სისტემის გვერდითი და ზედა ხედების სანახავად იხილეთ ნახატი 1.

ამ დავალებაში მიზანია განისაზღვროს ლითონის დისკოს ზომა და მდებარეობა.

შემდგომში, როდესაც მოითხოვება შედეგების გამოსახვა ცნობილი სიდიდეებით ჩათვალეთ რომ მოცემულია სიდიდეები:

$$r_1,\ h_1,\ \rho_1,\ \rho_2, M\ . \tag{1}$$

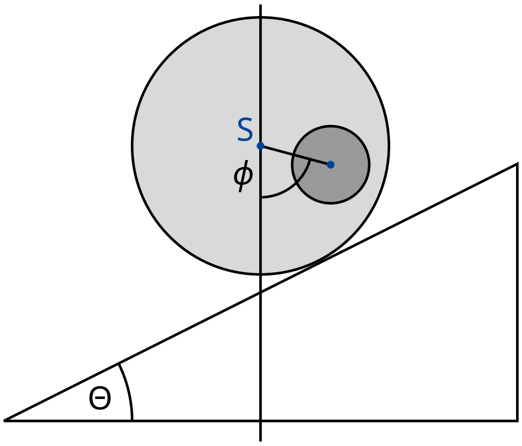
ამოცანის მიზანია, არაპირდაპირი გაზომვებით განისაზღვორს r_2, h_2და d.



ნახატი 1: a) გვერდხედი b) ზედხედი

b არის მანძილი სისტემის C მასათა ცენტრსა და ხის ცილინდრის S სიმეტრიის ღერძს შორის. ამ მანძილის განსასაზღვრად ჩვენ ვატარებთ ასეთ ექსპერიმენტს: ხის ცილინდრს ვათავსებთ ჰორიზონტალურ საყრდენზე ისე, რომ იგი არის მდგრად წონასწორობაში. ამის შემდეგ საყრდენს ნელა ვხრით Θ კუთხით (იხილეთ ნახატი 2). სტატიკური ხახუნის არსებობის გამო ხის ცილინდრს შეუძლია გორვა სრიალის გარეშე. იგი ცოტა გაგორდება და გარკვეული

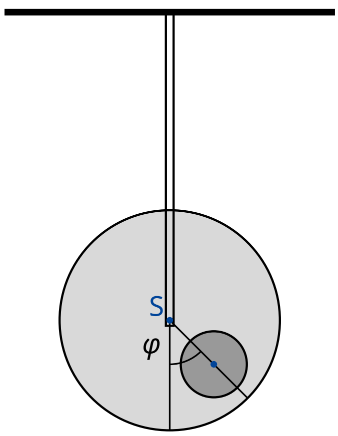
ϕ კუთხით მობრუნების შემდეგ მიაღწევს მდგრადი წონასწორობის მდებარეობას. ჩვენ ვზომავთ ამ ϕკუთხეს.



ნახატი 2: ცილინდრი დახრილ სიბრტყეზე

A.1	გამოსახეთ b-მანძილი (1)-ში მოცემული სიდიდეებით, ϕ-თი და სიბრტყის გადახრის Θ კუთხით.	0.8pt

შემდგომში b მანძილი შეგვიძლია მოცემულად ჩავთვალოთ .



ნახატი 3: დაკიდებული სისტემა

შემდგომ, ჩვენ გვინდა გამოვთვალოთ სისტემის I_S ინერციის მომენტი მისი სიმეტრიის S ღერძის მიმართ. ამისათვის, ვამაგრებთ ცილინდრს ისე, რომ მას შეუძლია თავისუფალი ბრუნვა მისი სიმეტრიის ღერძის გარშემო. სისტემა გადავხაროთ მდგრადი წონასწორობის მდებარეობიდან მცირე φკუთხით და ხელი გაუშვათ. იხილეთ ნახატი 3. ჩვენ ვნახავთ, რომ სისტემა შეასრულებს მოძრაობას T პერიოდით.

A.2	რა კანონით აღიწერება φ -კუთხის ცვლილება? გამოსახეთ სისტემის I_S ინერციის მომენტი მისი სიმეტრიის S ღერძის მიმართ T-ს, b-სა და (1)-ში მოცემული სიდიდეების საშუალებით. შეგიძლიათ მიიჩნიოთ, რომ გადახრა წონასწორობის მდგომარეობიდან მცირეა.	0.5pt

A.1 -სა და **A.2**-ში მიღებული შედეგების საშუალებით გვინდა განვსაზღვროთ ლითონის დისკოს გეომეტრია და მისი მდებარეობა ხის ცილინდრის შიგნით.

A.3	გამოსახეთ d-მანძილი b-სა და (1)-ში მოცემული სიდ იდეებით. გამოსახულებაში შეგიძლიათ გამოიყენოთ r_2 და h_2 ,რადგანაც მათ განვსაზღვრავთ დავალება **A.5** -ში.	0.4pt

A.4	გამოსახეთ I_S ინერციის მომენტი b-სა და (1)-ში მოცემული სიდიდეების საშუალებით. გამოსახულებაში შეგიძლიათ გამოიყენოთ r_2 და h_2 ,რადგანაც მათ განვსაზღვრავთ დავალება **A.5** -ში.	0.7pt

A.5	ზემოთ მიღებული შედეგების გამოყენებით, b-ს, T-სა და (1)-ში მოცემული სიდიდეებით გამოსახეთ h_2 და r_2. შეგიძლიათ h_2 გამოსახოთ როგორც r_2-ის ფუნქცია.	1.1pt

ნაწილი B. მბრუნავი კოსმოსური სადგური (6.5 ქულა)

ალისა კოსმოსურ სადგურზე მცხოვრები ასტრონავტია. კოსმოსური სადგური R რადიუსის ბორბალია რომელიც ბრუნავს თავისი ღერძის გარშემო და შესაბამისად მასზე ასტრონავტები გრძნობენ ხელოვნურ გრავიტაციას. ასტრონავტები ცხოვრობენ ბორბლის გარე სარტყელის შიდა მხარეს. კოსმოსური სადგურის მხრიდან გრავიტაციული მიზიდულობა და იატაკის სიმრუდე ასტრონავტების მახლობლობაში შეგვიძლია უგულებელყოთ.

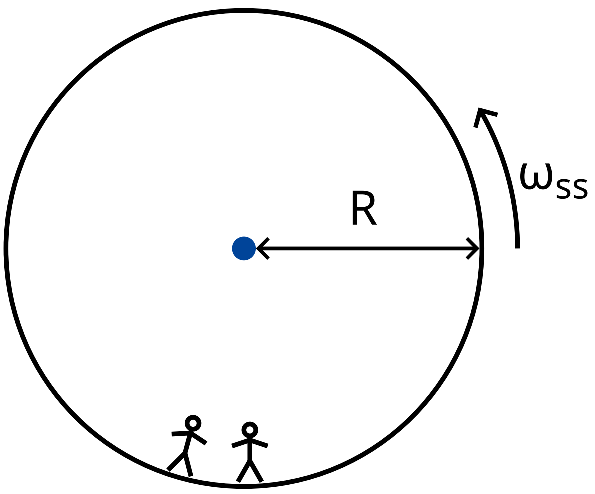
B.1	რა ω_{ss} კუთხური სიჩქარით უნდა იტრიალოს კოსმოსურმა სადგურმა იმისათვის, რომ ასტრონავტებმა შეიგრძნონ იგივე g_E გრავიტაცია, როგორიც დედამიწაზეა?	0.5pt

ალისა და მისი ასტრონავტი მეგობარი ბობი შეკამათდნენ. ბობს არ სჯერა, რომ ისინი ცხოვრობენ კოსმოსურ სადგურზე და ამტკიცებს რომ ისინი არიან დედამიწაზე. ფიზიკის გამოყენებით ალისა ცდილობს დაუმტკიცოს ბობს რომ ისინი ცხოვრობენ მბრუნავ კოსმოსურ სადგურზე. ამისათვის მან k სიხისტის ზამბარაზე დაამაგრა m-მასის სხეული და მისცა მას რხევის საშუალება. სხეული ირხევა მხოლოდ ვერტიკალური (რადიალური) მიმართულებით და არ შეუძლია მოძრაობა ჰორიზონტალური მიმართულებით.

B.2	წარმოვიდგინოთ, რომ ზამბარიანი ქანქარა ირხევა დედამიწაზე და ჩათვალეთ, რომ სიმძიმის ძალის g_E აჩქარება არ იცვლება რხევის არეში. როგორი იქნებოდა ამ შემთხვევაში გაზომილი ω_E-რხევის ციკლური სიხშირე?	0.2pt

B.3	როგორ ω რხევის ციკლურ სიხშირეს ზომავს ალისა კოსმოსურ სადგურზე?	0.6pt

ალისა დარწმუნებულია, რომ მისი ექსპერიმენტი ადასტურებს იმას, რომ ისინი არიან მბრუნავ კოსმოსურ სადგურზე. ბობს კვლავ ეჭვი ეპარება. ბობი ირწმუნება რომ თუ გავითვალისწინებთ რხევის პროცესში გრავიტაციის ცვლილებას დედამიწის ზედაპირიდან დაშორებისას მივიღებთ ერთსა და იმავე შედეგს.შემდეგ დავალებებში ჩვენ გავარკვევთ მართალია თუ არა ბობი.



ნახატი 4: კოსმოსური სადგური

B.4	გამოსახეთ $g_E(h)$ დამოკიდებულება, დედამიწის ზედაპირიდან მცირე h სიმაღლეებისთვის და გამოთვალეთ რხევის $\tilde{\omega}_E$ ციკლური სიხშირე (წრფივი მიახლოება საკმარისია). R_E დედამიწის რადიუსი მოცემულია. დედამიწის ბრუნვა უგულებელყავით.	0.8pt

კოსმოსურ ხომალდზე ალისამ დაინახა, რომ ქანქარა მართლაც იმ სიხშირით ირხევა რომელსაც წინასწარმეტყველებდა ბობი.

B.5	კოსმოსური სადგურის როგორი R რადიუსისთვის დაემთხვევა რხევის ω ციკლური სიხშირე დედამიწის ზედაპირთან რხევის $\tilde{\omega}_E$ ციკლურ სიხშირეს? გამოსახეთ პასუხი R_E-თი	0.3pt

ბობის სიჯიუტით შეწუხებულმა ალისამ გადაწყვიტა თავისი მოსაზრება ექსპერიმენტის საშუალებით დაემტკიცებინა. ამისათვის ალისა ავიდა კოსმოსური ხომალდის იატაკიდან H-სიმაღლის მქონე კოშკზე და გადმოაგდო სხეული. ეს ექსპერიმენტი შესაძლებელია აღიწეროს როგორც მბრუნავ ასევე ინერციულ ათვლის სისტემაში. თუგადაწყვეტთ ამოცანის ამოხსნას მბრუნავ ათვლის სისტემაში დაგჭირდებათ კორიოლისის ძალის გამოყენება.

თანაბრად მბრუნავ ათვლის სისტემაში ასტრონავტები გრძნობენ ფიქტიურ $\vec{F}_C$ კორიოლისის ძალას. $\vec{F}_C$ კორიოლისის ძალა, რომელიც მოქმედებს მუდმივი $\vec{\omega}_{ss}$ კუთხური სიჩქარით მბრუნავ ათვლის სისტემაში ამ სისტემის მიმართ $\vec{v}$ სიჩქარით მოძრავ m მასის სხეულზე მოიცემა შემდეგი გამოსახულებით:

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}_{ss} \; . \tag{2}$$

ამ ძალის მოდულის გამოსახულებაა

$$F_C = 2mv\omega_{ss} \sin \phi \; , \tag{3}$$

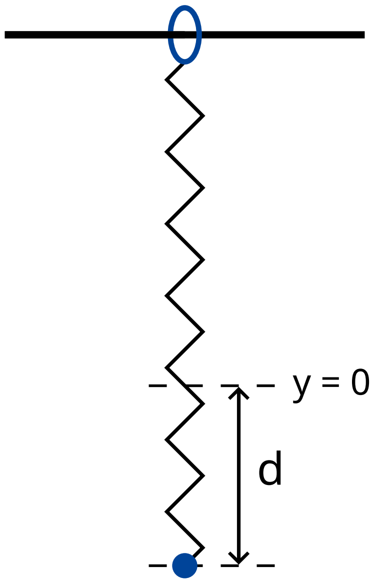
ϕ არის კუთხე სიჩქარესა და ბრუნვის ღერძს შორის. ეს ძალა მართობულია v სიჩქარისა და ბრუნვის ღერძისა. კორიოლისის ძალის მიმართულება განისაზღვრება მარჯვენა ხელის წესით, თუმცა ორი შესაძლო მიმარტულებიდან რომელს აირჩევთ შედეგზე არ იმოქმედებს.

B.6	გამოთვალეთ სხეულის ჰორიზონტალური v_x სიჩქარე და კოშკის ძირის მიმართ, კოშკის მართობულად d_x ჰორიზონტალური წანაცვლება როდესაც იგი დაეცემა იატაკს. ჩათვალეთ რომ კოშკის H სიმაღლე მცირეა და ასტრონავტების მიერ გაზომილი ვარდნის აჩქარება მუდმივია. ასევე შეგიძლიათ ჩათვალოთ რომ $d_x \ll H$.	1.1pt

შესამჩნევი შედეგის მისაღებად ალისამ გადაწყვიტა სხეულის ჩამოგდება გაცილებით მაღალი კოშკიდან. მისდა გასაკვირად სხეული დაეცა იატაკს კოშკის ძირთან ანუ $d_x = 0$

B.7	იპოვეთ კოშკის მინიმალური სიმაღლე რომლისთვისაც $d_x = 0$.	1.3pt

ალისა აპირებს უკანასკნელად სცადოს ბობის დარწმუნება. იგი აპირებს ზამბარიანი ოსცილატორის გამოყენებას კორიოლისის ძალის ეფექტის საჩვენებლად. ამისათვის მან გადააკეთა თავდაპირველი ხელსაწყო: მან მიამაგრა ზამბარა რგოლზე, რომელსაც შეუძლია თავისუფლად, ხახუნის გარეშე მოძრაობა x მიმართულებით. ზამბარა ირხევა y მიმართულებით. რგოლის დამჭერი ჯოხი პარალელურია მოცემულ ადგილას სადგურის იატაკის და მართობულია ბრუნვის ღერძის. xy სიბრტყე მართობულია ბრუნვის ღერძისა და y მიმართულია სადგურის ბრუნვის ცენტრისკენ.



ნახატი 5: დანადგარი

B.8	ალისამ გადახარა სხეული ქვემოთ წონასწორობის მდებარეობიდან- $x=0$,$y=0$, d მანძილზე და გაათავისუფლა იგი (იხილეთ ნახატი 5). • ალგებრულად გამოსახეთ $x(t)$ და $y(t)$დამოკიდებულებები. შეგიძლიათ ჩათვალოთ რომ $\omega_{ss}d$ მცირეა და y ღერძის გასწვრივ მოძრაობისთვის უგულებელყავით კორიოლისის ძალა. • დახაზეთ $(x(t), y(t))$ ტრაექტორია, მიუთითეთ ყველა მნიშვნელოვანი მახასიათებელი, მაგალითად ისეთი, როგორიცაა ამპლიტუდა.	1.7pt

ალისა და ბობი განაგრძობენ კამათს.