

## שתי שאלות במכניקה (10 נקודות)

נא קראו את ההוראות הכלליות שבמעטפה נפרדת לפני שאתם מתחילים לפתור את השאלה.

### חלק א. הדיסקה המוסתרת (3.5 נקודות)

נתייחס לגליל מלא עשוי עץ, שרדיוסו  $r_1$  ועוביו  $h_1$ . אי שם בתוך הגליל העשוי מעץ, דיסקה מתכתית, שרדיוסה  $r_2$  ועוביה  $h_2$  החליפה את חומר העץ. ציר הסימטריה  $B$  של הדיסקה מקביל לציר הסימטריה  $S$  של גליל העץ, והדיסקה נמצאת באותו מרחק משני בסיסי גליל העץ. נסמן את המרחק בין  $S$  ל- $B$  ב- $d$ . צפיפות העץ היא  $\rho_1$ , צפיפות המתכת היא  $\rho_2 > \rho_1$ . המסה הכוללת של הגליל ושל הדיסקה בתוכו היא  $M$ .

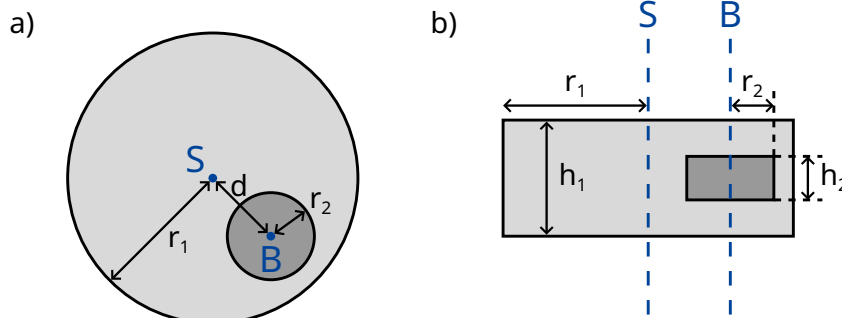
במשימה הזאת אנו מניחים את גליל העץ על הקרקע כך שהוא חופשי להתגלגל ימינה ושמאלה. ראו תרשים 1 למבט מהצד ולמבט מלמעלה של המערכת.

מטרת המשימה היא למצוא את המימדים ואת המיקום של דיסקת המתכת.

מכאן ואילך, כאשר אתם מתבקשים לבטא את התוצאה במונחים הידועים אתם תמיד רשאים להניח שהדברים הבאים נתונים:

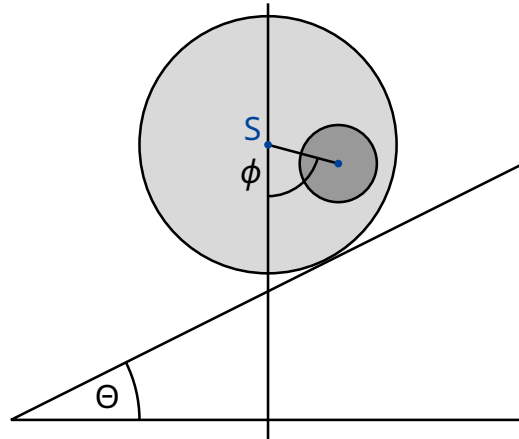
$$r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M. \quad (1)$$

המטרה היא לקבוע את  $d$  ו- $r_2, h_2$  במדידות לא ישירות.



תרשים 1: (a) מבט מהצד, (b) מבט על.

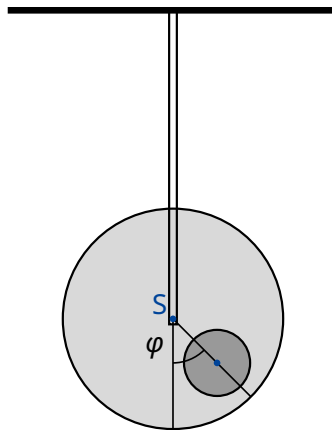
נסמן ב- $b$  את המרחק בין מרכז המסה  $C$  של המערכת כולה לבין ציר הסימטריה  $S$  של גליל העץ. כדי לקבוע את המרחק הזה נתכנן את הניסוי הבא: נניח את הגליל על משטח אופקי כך שהוא יהיה בשיווי משקל יציב. עתה נטה את המשטח באיטיות בזווית  $\theta$  (ראה תרשים 2). כתוצאה מהחיכוך הסטטי גליל העץ יוכל להתגלגל בחופשיות מבלי להחליק. הוא יתגלגל מטה מעט אך לאחר מכן יגיע למנוחה במצב שיווי משקל יציב לאחר שיתחבב בזווית  $\phi$  שאנו נמדוד.



תרשים 2: גליל על משטח נטוי.

**A.1** מצאו ביטוי ל-  $b$  כפונקציה של הגדלים (1), של הזווית  $\phi$  ושל זווית ההטייה  $\theta$  של המשטח. 0.8pt

מעתה אנו נניח שערכו של  $b$  ידוע.



תרשים 3: מערכת תלויה

כעת, אנו רוצים למדוד את מומנט ההתמד  $I_S$  של המערכת ביחס לציר הסימטריה  $S$ . לצורך זה תולים את גליל העץ מציר הסימטריה שלו באמצעות מוט קשיח שאינו מורשה לזוז. נסובב את הגליל ממצב שיווי המשקל בזווית קטנה  $\varphi$  ונשחרר. ראו תרשים 3 של המערכת. אנו מוצאים שהזווית  $\varphi$  מתארת תנועה מחזורית בזמן המחזור  $T$ .

**A.2** מצאו את משוואת התנועה עבור  $\varphi$ . בטאו את מומנט ההתמד  $I_S$  של המערכת ביחס לציר הסימטריה  $S$  במונחים של  $b$ ,  $T$  והגדלים הידועים (1). אתם רשאים להניח שאנו מפרים את שיווי המשקל רק במעט כך שהזווית  $\varphi$  תמיד קטנה מאוד. 0.5pt

מהמדידות בשאלות **A.1** ו-**A.2** נרצה כעת למצוא את הגיאומטריה ואת המיקום של הדיסקה המתכתית בתוך גליל העץ.

0.4pt	A.3	מצאו את הביטוי למרחק $d$ במונחים של $b$ ושל הגדלים (1). אתם יכולים להשתמש ב- $r_2$ וב- $h_2$ בביטוי כיוון שהם יחושבו בסעיף A.5.
0.7pt	A.4	מצאו ביטוי למומנט ההתמד $I_S$ במונחים של $b$ ושל הגדלים הידועים (1). אתם יכולים להשתמש ב- $r_2$ וב- $h_2$ בביטוי כיוון שהם יחושבו בסעיף A.5.
1.1pt	A.5	באמצעות התוצאות מלמעלה רשמו את הביטויים ל- $h_2$ ול- $r_2$ במונחים של $T$ , $b$ ושל הגדלים הידועים (1). ניתן לבטא את $h_2$ כפונקציה של $r_2$ .

### חלק ב. תחנת חלל מסתובבת (6.5 נקודות)

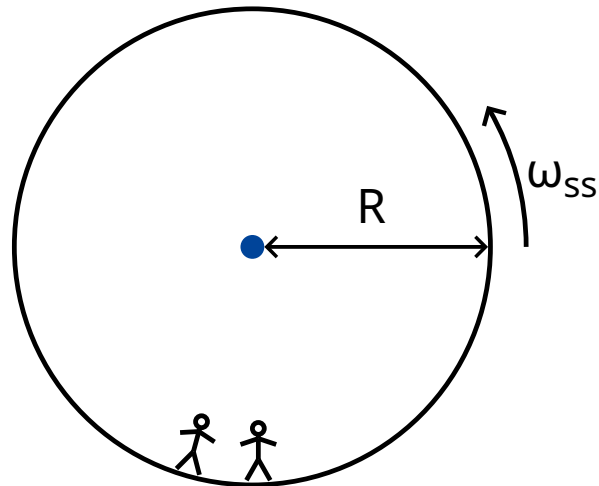
אליסה היא אסטרונוטית שחיה בתחנת חלל. תחנת החלל היא גלגל ענק בעל רדיוס  $R$ , שמסתובב סביב צירו ובכך יוצר כבידה מלאכותית עבור האסטרונוטים. האסטרונוטים נמצאים בצד הפנימי של הגלגל. המשיכה הכבידתית של תחנת החלל ועקמומיות הרצפה שלה ניתנות להזנחה.

0.5pt	B.1	באיזו מהירות זוויתית $\omega_{ss}$ תחנת החלל צריכה להסתובב כדי שהאסטרונוטים ירגישו אותה תאוצת כבידה $g_E$ כמו על פני כדור הארץ?
-------	-----	---

אליסה והחבר שלה האסטרונוט בוב מתווכחים. בוב לא מאמין שהם גרים בתחנת החלל וטוען שהם על פני כדור הארץ. אליסה רוצה להוכיח לבוב באמצעים פיזיקליים שהם גרים בתחנת חלל מסתובבת. כדי לעשות זאת היא מחברת מסה  $m$  לקפיץ בעל קבוע קפיץ  $k$  ונותנת לה להתנוודד. המסה מתנוודדת רק בכיוון האנכי ולא יכולה לנוע בכיוון האופקי.

0.2pt	B.2	בהנחה שעל פני כדור הארץ כוח הכובד קבוע עם תאוצה $g_E$ , מה תהיה התדירות הזוויתית $\omega_E$ שאדם על פני כדור הארץ ימדוד?
0.6pt	B.3	איזו תדירות זוויתית $\omega$ אליסה מודדת בתחנת החלל?

אליסה משוכנעת שהניסוי שלה מוכיח שהם נמצאים בתחנת החלל המסתובבת. בוב נשאר סקפטי. הוא טוען שאם לוקחים בחשבון את שינוי הכובד מעל פני כדור הארץ, יהיה לכך אפקט דומה. במשימות הבאות אנו נחקור האם בוב צודק.



תרשים 4 : תחנת החלל

**B.4** פתחו ביטוי לתאוצת הכובד  $g_E(h)$  עבור גבהים קטנים  $h$  מעל פני כדור הארץ וחשבו את התדירות הזוויתית  $\tilde{\omega}_E$  של המסה המתנוודדת (הקירוב הליניארי מספיק). סמנו את רדיוס כדור הארץ  $R_E$ . הזניחו את הסיבוב של כדור הארץ. **0.8pt**

אליסה אכן מוצאת שבתחנת החלל הזאת מטוטלת הקפיץ אכן מתנוודדת בתדירות שבוט ציפה.

**B.5** עבור איזה רדיוס  $R$  של תחנת החלל תדירות התנוודות  $\omega$  משתווה לתדירות התנוודות  $\tilde{\omega}_E$  על פני כדור הארץ. בטאו את תשובתכם במונחים של  $R_E$ . **0.3pt**

נרגזת מתוך העקשנות של בוב, אליסה חושבת על ניסוי נוסף על מנת להוכיח את טענתה. בשביל זה היא עולה על מגדל שגובהו  $H$  מעל רצפת תחנת החלל ומשחררת מסה. את הניסוי הזה ניתן להבין במערכת היחוס המסתובבת אך גם במערכת אינרציאלית.

במערכת יחוס מסתובבת אסטרונוטים מרגישים כוח מדומה  $\vec{F}_C$  המכונה כוח קוריוליס. הכוח  $\vec{F}_C$ , שפועל על גוף בעל מסה  $m$  שנע במהירות  $\vec{v}$  במערכת יחוס המסתובבת במהירות זוויתית קבועה  $\vec{\omega}_{ss}$  ניתן על-ידי

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}_{ss} . \quad (2)$$

במונחים של גדלים סקלריים אתם רשאים להשתמש ב-

$$F_C = 2mv\omega_{ss} \sin \phi , \quad (3)$$

כאשר  $\phi$  היא הזווית בין המהירות לבין ציר הסיבוב. הכוח מאונך גם למהירות  $v$  וגם לציר הסיבוב. את סימן הכוח אפשר לקבוע על-ידי כלל יד ימין אבל עבור השאלות הבאות תוכלו לבחור אותו כרצונכם.

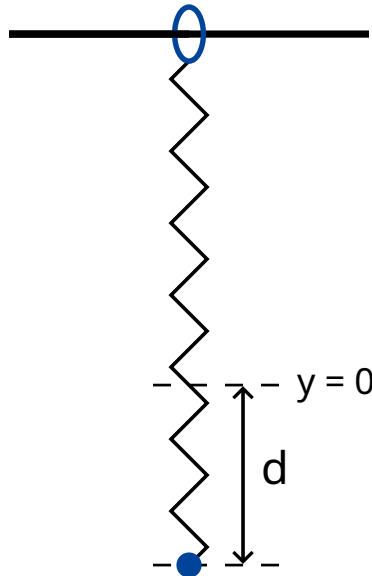
**B.6** חשבו את המהירות האופקית  $v_x$  ואת ההעתק האופקי  $d_x$  (יחסית לבסיס המגדל בכיוון המאונך למגדל) של המסה ברגע שהיא פוגעת ברצפה. אתם יכולים להניח שהגובה  $H$  של המגדל הוא קטן, וכך התאוצה שנמדדת על-ידי האסטרונוטים קבועה לאורך הנפילה. הניחו גם ש-  $d_x \ll H$ . **1.1pt**

כדי לקבל תוצאה טובה אליסה מחליטה לבצע את הניסוי עבור מגדל הרבה יותר גבוה מאשר קודם. להפתעתה המסה פוגעת ברצפה ליד רגלי המגדל, כלומר  $d_x = 0$ .

1.3pt

**B.7** מצא את הגבול התחתון של גובה המגדל שעבורו יכול לקרות ש-  $d_x = 0$ .

אליסה רוצה לעשות ניסיון אחרון לשכנע את בוב. היא רוצה להשתמש במטוטלת הקפיץ שלה כדי להראות את האפקט של כוח קוריוליס. לשם כך היא משנה את המערכת המקורית. היא מחברת את הקפיץ לטבעת שיכולה להחליק חופשית לאורך מוט אופקי בכיוון  $x$  בלי שום חיכוך. הקפיץ עצמו מתנוודד בכיוון  $y$ . המוט מקביל לרצפה ומאונך לציר הסיבוב של תחנת החלל. כך המישור  $xy$  מאונך לציר הסיבוב כאשר ציר ה-  $y$  מצביע למרכז הסיבוב של התחנה.



תרשים 5 : מערכת.

**B.8** אליסה מושכת את המסה מרחק  $d$  כלפי מטה מנקודת שיווי המשקל  $x = 0, y = 0$  ומשחררת

- אותה לנוע (ראו תרשים 5).
- תנו ביטוי אלגברי ל-  $x(t)$  ול-  $y(t)$ . אתם יכול להניח ש-  $\omega_{ss}d$  היא קטנה ולהזניח את כוח קוריוליס עבור תנועה לאורך ציר ה-  $y$ .
  - ציירו את המסלול  $(x(t), y(t))$  תוך כדי סימון של כל התכונות החשובות כגון משרעת.

אליסה ובוב ממשיכים להתווכח.