# លំហាត់មេកានិចនេះមានពីរផ្នែក Two Problems in Mechanics ( 10 points )

សូមអានការណែនាំទូទៅមុននឹងធ្វើលំហាត់។

## Part A. ថាសបង្កប់ The Hidden Disk ( 3.5 points )

ថាសឈើមួយមានកាំ $r_1$ និងកំរាស់ $w_1$។ នៅខាងក្នុងថាស់ស៊ីឡាំងឈើនេះ មានថាសលោហៈតូចមួយ កាំ $r_2$ និងកំរាស់ $w_2$។ ថាសទាំងពីរត្រូវបានដាក់ស្របអក្ស។ $d$ ជាចំងាយរវាងផ្ចិតថាសទាំងពីរ។ ឈើមានដង់ស៊ីតេ $\rho_1$ ហើយលោហៈមានដង់ស៊ីតេ $\rho_2 > \rho_1$។ ម៉ាស់សរុបនៃប្រព័ន្ធគឺ $M$។

ចំណោទនេះ គេដាក់ប្រព័ន្ធស៊ីឡាំងនេះនៅលើប្លង់ដេកដែលវាអាចរមៀលដោយសេរីទៅឆ្វេង រឺទៅស្តាំ។ មើល Fig. 1 ចំពោះរូបមើលពីខាង និងរូបមើលពីលើ។

គោលបំណងនៃលំហាត់នេះគឺកំណត់រកទំហំ និងទីតាំងរបស់ថាសលោហៈ។

បន្តមកទៀត ចូរតាងលទ្ធផលជាអនុគមន៍នៃទំហំដែលស្គាល់:

$$r_1,\ w_1,\ \rho_1,\ \rho_2, M\ . \qquad (1)$$

គោលបំណងគឺគណនា $r_2, w_2$ និង $d$ តាមរបៀបរង្វាស់មិនផ្ទាល់។

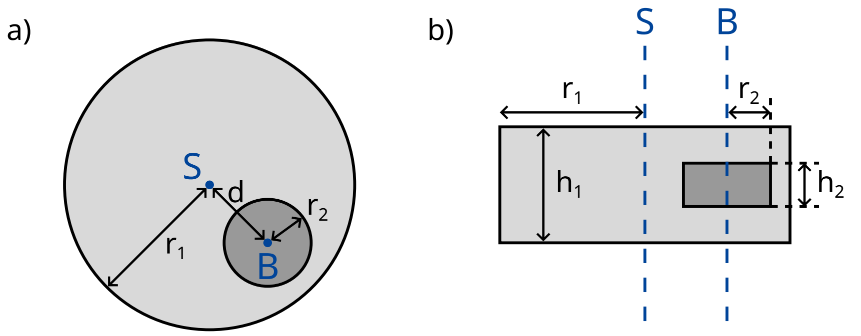


Figure 1: a ) side view b ) view from top

$b$ គឺជាចំងាយរវាងផ្ចិតម៉ាស $C$ នៃប្រព័ន្ធ និង អ័ក្សស៊ីមេទ្រី $S$ ។ ដើម្បីកំណត់ចំងាយនេះ យើងបង្កើតពិសោធន៍ខាងក្រោម:

យើងដាក់ស៊ីឡាំងលើប្លង់ដេកដែលយ៉ាងណាអោយវាស្ថិតក្នុងស្ថានភាពលំនឹង។ បន្ទាត់មកទៀតគេបង្កើនមុំ $\Theta$ ( មើល Fig. 2) យឺតៗ។ ដោយកកិតស្តាទិច នោះស៊ីឡាំងរមៀលដោយមិនរអិល។ វានឹងរមៀលបន្តិចតាមប្លង់ទេរ បន្ទាប់មកវាឈប់ក្នុងលំនឹងស៊ប់បន្ទាប់ពីរមៀលបានមុំ $\phi$ ។

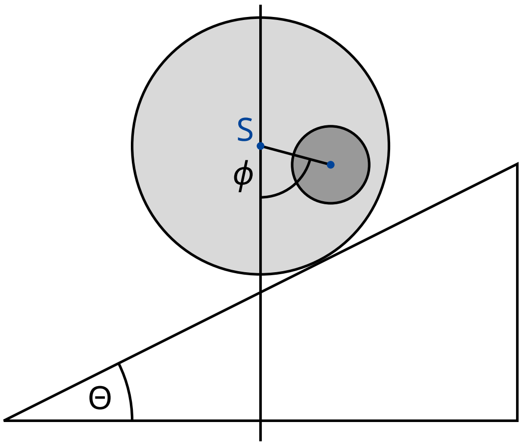


Figure 2: Cylinder on an inclined base.

| | | |
|---|---|---|
| A.1 | សរសេរកន្សោម $b$ ជាអនុគមន៍នៃទំហំក្នុង (1) មុំ $\phi$ និង $\Theta$។ | 0.8pt |

ចាប់ពីពេលនេះ យើងអាចចាត់ទុកថា តំលៃ bគឺស្គាល់។

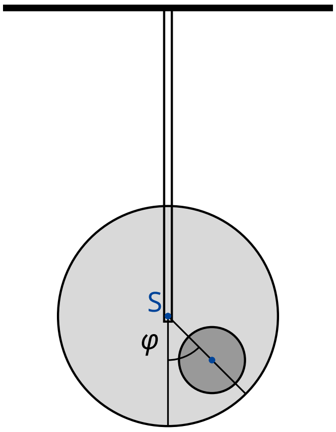


Figure 3: Suspended system.

បន្ទាប់គេត្រូវវាស់ម៉ូម៉ង់និចលភាព $I_S$ របស់ប្រព័ន្ធស៊ីឡាំងធៀបនឹងអ័ក្សស៊ីមេទ្រី $S$។ គេព្យួរស៊ីឡាំងឈើត្រង់អ័ក្សស៊ីមេទ្រីរបស់វា។ បន្ទាប់មកយើងទាញវាចេញពីទីតាំងលំនឹងដោយមុំតូច $\varphi$ ហើយព្រលែងវា។

មើល figure 3 ។ យើងឃើញថា $\varphi$ ពិពណ៌នាអោយចលនាខួប ដែលមានខួប $T$។

| | | |
|---|---|---|
| A.2 | សរសេរសមីការចលនាចំពោះ $\varphi$។ តាងម៉ូម៉ង់និចលភាព $I_S$ នៃប្រព័ន្ធធៀបនឹងអ័ក្សស៊ីមេទ្រី $S$ ជាអនុគមន៍នៃ $T$ $b$ និងទំហំក្នុង (1)។ យើងសិក្សាករណីមុំ $\varphi$ តូចណាស់។ | 0.5pt |

តាមរង្វាស់ក្នុង A.1 និង A.2 យើងត្រូវគណនាទំរង់ធរណីមាត្រ និងទីតាំងរបស់ថាសលោហៈក្នុងស៊ីឡាំងឈើ។

| | | |
|---|---|---|
| A.3 | សរសេរកន្សោម $d$ ជាអនុគមន៍នៃ $b$ និងទំហំក្នុង (1)។ អ្នកអាចបញ្ចូល $r_2$ និង $h_2$ ជាអថេរក្នុងកន្សោមនេះដែរ ដែលវានឹងត្រូវគណនាក្នុង A.5។ | 0.4pt |

| | | |
|---|---|---|
| A.4 | សរសេរកន្សោម$I_S$ ជាអនុគមន៍នៃ $b$ និងទំហំក្នុង (1)។ អ្នកអាចបញ្ចូល $r_2$ និង $h_2$ ជាអថេរក្នុងកន្សោមនេះដែរ ដែលវានឹងត្រូវគណនាក្នុង A.5។ | 0.7pt |

| | | |
|---|---|---|
| A.5 | ប្រើលទ្ធផលខាងលើ សរសេរកន្សោម $h_2$ និង $r_2$ ជាអនុគមន៍នៃ $b$ $T$ និងទំហំក្នុង (1)។ អ្នកអាចសរសេរ $h_2$ ជាអនុគមន៍ $r_2$។ | 1.1pt |

## Part B. ចលនាវង្វិលនៃយានអវកាស (6.5 points)

Alice ជាតារាវិទូរស់ក្នុងយានអវកាស។ យានអវកាសជាកង់ដ៏ធំមួយមានកាំ $R$ វិលជុំវិញអ័ក្សរបស់វា ដូចនេះវាបង្កើតបានកំលាំងទំនាញ gravity សិប្បនិម្មិតមួយមកលើតារាវិទូ។ តារាវិទូរស់នៅផ្នែកខាងក្នុងកង់។ កំលាំងទំនាញម៉ាស់នៃយានអវកាស និង កំណោងផ្ទៃយានក្តអាចចោលបាន។

| | | |
|---|---|---|
| B.1 | គណនាប្រេកង់មុំ $\omega_{ss}$ ពេលយានអវកាសវិល ដែលពេលនោះតារាវិទូទទួលកំលាំងទំនាញដូចកំលាំងទំនាញដី $g_E$ នៅលើផ្ទៃផែនដីដែរ។ | 0.5pt |

Alice និង Bob មានអំណះអំណាងរៀងខ្លួន។ Bob មិនជឿថា ពួកគាត់កំពុងតែនៅក្នុងយានអវកាស ហើយថាពួកគាត់រងនូវដែនទំនាញផែនដី។ Alice ចង់បកស្រាយប្រាប់ Bob ថា យើងរស់ក្នុងយានអវកាសវិលដោយប្រើរូបវិទ្យា។ ដូចនេះគាត់បានចងម៉ាស់ $m$ ទៅនឹងរ៉ឺស័រ ដែលមានថេរកំរាញ $k$ ហើយអោយវាយោល។ ម៉ាសយោលតាមតែទិសឈរ និងមិនអាចយោលតាមទិសដេកទេ។

| | | |
|---|---|---|
| B.2 | ដោយចាត់ទុកថា ទំនាញដីមានតំលៃថេរ $g_E$ គណនាប្រេកង់មុំលំយោល $\omega_E$ ដែលមនុស្សម្នាក់នៅលើផែនដីអាចវាស់។ | 0.2pt |

| | | |
|---|---|---|
| B.3 | គណនាប្រេកង់មុំនៃលំយោល $\omega$ ដែល Aliceវាស់នៅក្នុងយាន។ | 0.6pt |

Alice ពិសោធន៍បង្ហាញថា យើងនៅក្នុងយានអវកាសវិល។ តែ Bob នៅតែមិនជឿ។ គាត់ថា បើគេគិតពីបំរែបំរួលទំនាញ gravity ពីលើផ្ទៃផែនដី គេនឹងឃើញផលស្រដៀងគ្នា។ ក្នុងលំហាត់ខាងក្រោម តើគំនិត Bob ត្រឹមត្រូវរឺទេ?

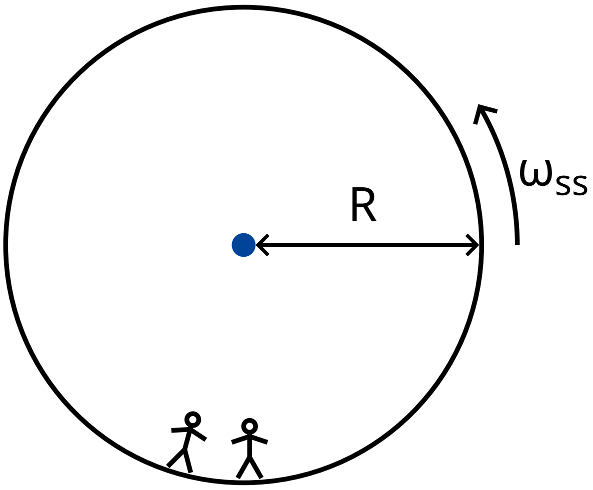


Figure 4: Space station

| | | |
|---|---|---|
| B.4 | សរសេរកន្សោម gravity $g_E(h)$ ចំពោះកំពស់ $h$ តូចពីលើផ្ទៃដី រួចគណនា $\tilde{\omega}_E$ នៃលំយោលម៉ាស (តំលៃប្រហែលលីនេអ៊ែគឺគ្រប់គ្រាន់ហើយ)។សំគាល់: កាំរបស់ផែនដីគឺ $R_E$។ មិនគិតរង្វិលរបស់ផែនដី។ | 0.8pt |

តាមពិតទៅ ចំពោះយានអវកាស Alice រកឃើញថា ប៉ោលរ៉ឺស័រយោលក្រោមប្រេកង់ ដែល Bob បាននិយាយ។

| | | |
|---|---|---|
| B.5 | គណនា $R$ នៃយានអវកាស ដែល $\omega$ ត្រូវគ្នានឹង $\tilde{\omega}_E$។ សរសេរកន្សោមរបស់អ្នកជាអនុគមន៍នៃ $R_E$។ | 0.3pt |

ដើម្បីជំនះភាពរឹងរូសរបស់ Bob នោះAliceមានពិសោធន៍ថ្មី ដើម្បីបញ្ជាក់អំពីអំណះអំណាងរបស់គាត់។ គាត់បានឡើងលើ tower មួយកំពស់ $H$ ពីលើតួយាន ហើយទំលាក់ម៉ាស់មួយចុះ។ ពិសោធន៍នេះមានលទ្ធផលដូចគ្នាទាំងក្នុងប្រព័ន្ធយោងវិលនិងជំរុយនិចលភាព។

ក្នុងចលនារង្វិលថេរ តារាវិទូរងនូវកំលាំងនិម្មិត$\vec{F}_C$ ហៅថាកំលាំង Coriolis។ កំលាំង $\vec{F}_C$ មានអំពើអង្គធាតុមានម៉ាស់ $m$ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $\vec{v}$ ក្នុងប្រព័ន្ធយោងវិលដោយប្រេកង់មុំថេរ $\vec{\omega}_{ss}$ អោយដោយ:

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}_{ss} \ . \tag{2}$$

ជាអនុគមន៍នៃទំហំស្កាលែរគេអាចប្រើ:

$$F_C = 2mv\omega_{ss} \sin\phi \ , \tag{3}$$

ដែល $\phi$ គឺជាមុំរវាងវ៉ិចទ័រល្បឿន និងអ័ក្សរង្វិល។ កំលាំងនេះវាកែងទៅនឹងវ៉ិចទ័រល្បឿន $v$ និងអ័ក្សរង្វិល។ សញ្ញានៃកំលាំងត្រូវបានកំណត់តាមវិធានដៃស្តាំ។

| | | |
|---|---|---|
| B.6 | គណនាវ៉ិចទ័រល្បឿន$v_x$តាមខ្សែដេក និងបំលាស់ទី$d_x$ តាមអ័ក្សដេក (ធៀបទៅនឹង tower ក្នុងទិសដៅកែងទៅនឹង tower) នៃម៉ាស់នៅពេលដែលវាប៉ះទៅនឹងផ្ទៃយាន។ គេសន្មត់ថា $H$ តូច ដូចនេះសំទុះដែលបានវាស់ដោយតារាវិទូគឺថេរពេលធ្លាក់ចុះ។ ហើយគេចាត់ទុកថា $d_x \ll H$។ | 1.1pt |

ដើម្បីទទួលបានលទ្ធផលល្អ Alice សំរេចធ្វើពិសោធន៍នេះពី tower មួយខ្ពស់ជាងមុន។ គាត់ភ្ញាក់ផ្អើលពេលម៉ាសប៉ះផ្ទៃយានត្រង់គល់ tower ដូចនេះ$d_x = 0$។

| | | |
|---|---|---|
| B.7 | គណនាកំពស់ tower ទាបបំផុតដែលអាចទទួលបាន$d_x = 0$។ | 1.3pt |

Alice ចង់ធ្វើពិសោធន៍ចុងក្រោយដើម្បីជំនះ Bob។ គាត់ប្រើប៉ោលរ៉ឺស័រដើម្បីបង្ហាញផល់នៃកំលាំង Coriolis។ ពេលនេះគាត់ប្តូររបស់ពិសោធន៍។ គាត់ចងរ៉ឺស័រទៅនឹងកងដែលផ្លាស់ទីដោយសេរីតាមរបាដេក $x$ ដោយគ្មានកកិត។ រ៉ឺស័រយោលតាមអ័ក្សឈរ។ របាស្របនឹងផ្ទៃយាន ហើយកែងទៅនឹងអ័ក្សរង្វិលរបស់យាន។ ប្លង់ $xy$ កែងទៅនឹងអ័ក្សរង្វិល ដែលទិស $y$ តម្រង់ទៅរកផ្ចិតរង្វិលនៃយាន។

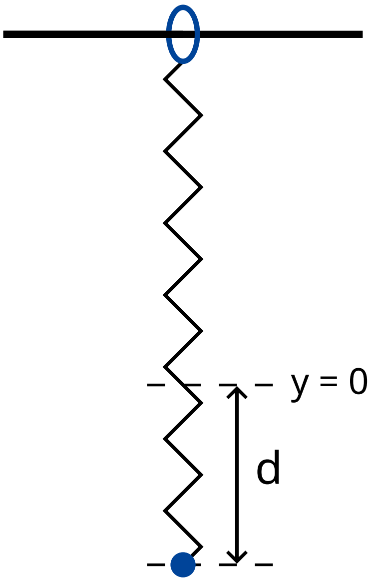


Figure 5: Setup.

| | | |
|---|---|---|
| B.8 | Alice ទាញម៉ាស់ចំងាយ $d$ ធៀបនឹងទីតាំងលំនឹង $x = 0, y = 0$ ហើយព្រលែងវា (មើល figure 5).<br>• សរសេរកន្សោមពិជគណិត $x(t)$ និង $y(t)$។ ដោយចាត់ទុកថា $\omega_{ss} d$ តូច និងមិនគិតកំលាំង Coriolis ចំពោះចលនាតាមអ័ក្ស$y$។<br>• គូសខ្សែគន្លង $(x(t), y(t))$ ដោយដៅរាល់ចំនុចសំខាន់ៗដូចជាអំព្លីទូត។ | 1.7pt |

Alice និង Bob នៅតែបន្តឈ្លោះគ្នា។