

Dvi mechanikos užduotys

Prieš pradėdami darbą perskaitykite bendrąsias instrukcijas iš atskiro voko.

A dalis. Paslėptas diskas (3.5 taško)

Nagrinėjame vienalytį medinį spindulio r_1 ir storio h_1 cilindrą. Kažkur cilindro viduje dalis medžio pakeista spindulio r_2 ir storio h_2 metaliniu disku. Jis įtaisytas tokiu būdu, kad jo simetrijos ašis B yra lygiagrečiai geometrinei cilindro simetrijos ašiai S . Metalinis diskas vienodai nutolęs nuo medinio cilindro viršutinio ir apatinio pagrindų. Atstumą tarp S ir B ašių pažymėkime d . Medžio tankis yra ρ_1 , metalo tankis yra $\rho_2 > \rho_1$. Visa medinio cilindro kartu su metaliniu disku masė yra M .

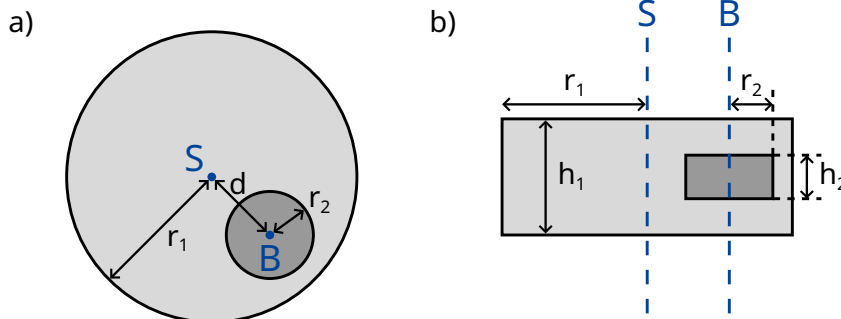
Šiame uždavinyje padėtas ant žemės medinis cilindras gali laisvai riedėti tiek į kairę, tiek į dešinę. 1 paveiksle parodytas sistemos pjūvis iš šono ir viršaus.

Šio uždavinio tikslas - nustatyti metalinio disko dydį ir padėtį.

Toliau visur, kur prašoma išreikšti rezultatą per žinomus dydžius, galite tarti, kad yra žinoma:

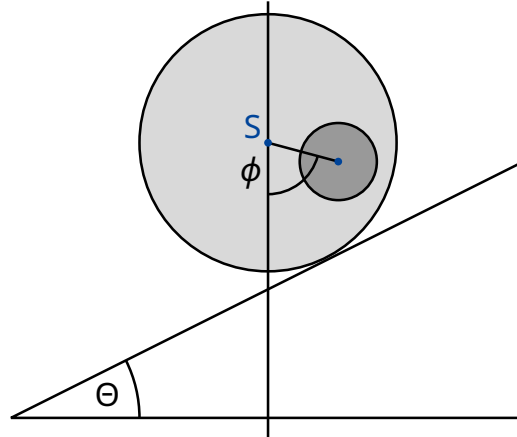
$$r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M. \quad (1)$$

Tikslas yra rasti r_2, h_2 ir d atliekant netiesioginius matavimus.



1 paveikslas: a) vaizdas iš šono, b) vaizdas iš viršaus

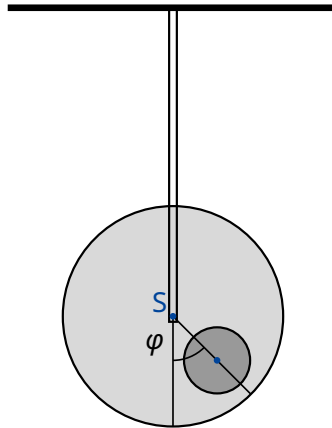
Atstumą tarp visos sistemos masės centro C ir cilindro simetrijos ašies S pažymėkime b . Norint nustatyti šį atstumą atliekamas toks eksperimentas: medinis cilindras padedamas ant horizontalios plokštumos taip, kad būtų stabilioje pusiausvyroje. Dabar lėtai pakreipkime plokštumą kampu θ (žiūr. 2 pav.). Dėl statinės trinties medinis cilindras gali laisvai riedėti nepraslysdamas. Jis šiek tiek pariedės žemyn, galiausiai pasiekdamas stabilią pusiausvyrą pasisukęs kampu ϕ , kurį išmatuojame.



2 paveikslas: Cilindras ant nuožulniosios plokštumos.

A.1 Raskite b išraišką kaip dydžių (1), kampo ϕ ir plokštumos pasvirimo kampo Θ funkciją. 0.8pt

Nuo dabar galime tarti, kad dydis b yra žinomas.



3 paveikslas: Pakabinta sistema.

Toliau norime išmatuoti sistemos inercijos momentą I_S simetrijos ašies S atžvilgiu. Pakabiname cilindą ties jo simetrijos ašimi kietai prie lubų įtvirtintais strypeliais. Tuomet pasukame medinį cilindą jo pusiausvyros padėties atžvilgiu nedideliu kampu φ , kaip parodyta 3 paveiksle, ir paleidžiame. Nustatome, kad φ aprašomas periodiniu procesu su periodu T .

- A.2** Raskite diferencialinę judėjimo lygtį kampui φ . Išreikškite cilindro inercijos momentą I_S simetrijos ašies S atžvilgiu kaip T , b ir žinomų (1) dydžių funkciją. Tarkite, kad pusiausvyra sutrikdoma labai nedaug, taip kad kampas φ visuomet išlieka labai mažas. 0.5pt

Dabar iš klausimuose **A.1** ir **A.2** pateiktų matavimų norime nustatyti metalinio disko geometriją ir jo padėtį cilindro viduje.

- A.3** Raskite atstumo d išraišką kaip b ir (1) dydžių funkciją. Išraiškoje taip pat galite panaudoti r_2 ir h_2 kaip kintamuosius, nes jie bus randami dalyje **A.5**. 0.4pt

- A.4** Raskite inercijos momento I_S išraišką naudodami b ir kitus žinomu dydžius (1). Išraiškoje galite taip pat panaudoti r_2 ir h_2 , nes jie bus randami dalyje **A.5**. 0.7pt

- A.5** Panaudodami ankstesnius rezultatus, užrašykite h_2 ir r_2 išraiškas, naudodami b , T ir žinomus dydžius (1). Galite išreikšti h_2 kaip r_2 funkciją. 1.1pt

B dalis. Besisukanti kosminė stotis (6.5 taško)

Alice yra kosminės stoties astronautė. Kosminė stotis - tai gigantiškas spindulio R besisukantis apie savo ašį ratas toli nuo kitų kosminių kūnų, tokiu būdu suteikiantis astronautams dirbtinę gravitaciją. Astronautai gyvena ant rato vidinio paviršiaus. Į pačios kosminės stoties gravitacinę trauką galima neatsižvelgti.

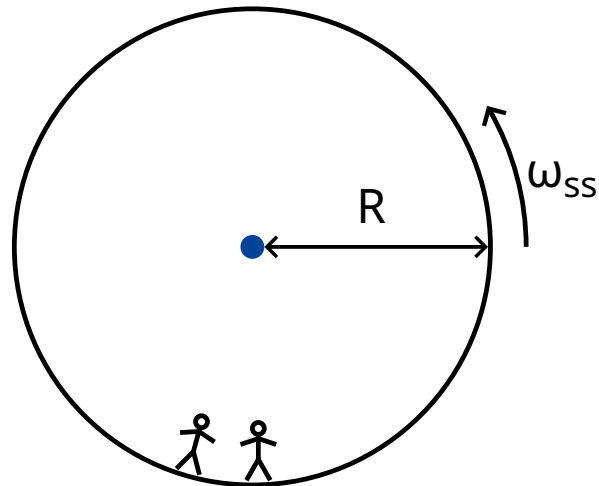
- B.1** Esant kokiam kosminės stoties kampiniam greičiui ω_{ss} astronautai patiria tą pačią gravitaciją (laisvojo kritimo pagreitį g_E) kaip ir Žemės paviršiuje? 0.5pt

Astronautė Alice ir jos draugas astronautas Bob'as susiginčijo. Bob'as netiki, kad jie iš tikrųjų gyvena kosminėje stotyje ir tvirtina, kad jie yra ant Žemės. Alice nori įrodyti Bob'ui, kad jie gyvena kosminėje stotyje, pasitelkdama fizikos mokslą. Ji pritvirtina m masės kūną prie standumo k spyruoklės ir paleidžia jį svyruoti. Jis svyruoja tik vertikalia kryptimi, o horizontalia kryptimi judėti negali.

- B.2** Tardami, kad Žemėje gravitacija, kurią nusako laisvojo kritimo pagreitis g_E , yra pastovi, raskite ciklinį svyravimų dažnį ω_E , kurį išmatuotų ant Žemės esantis tyrėjas. 0.2pt

- B.3** Kokį ciklinį dažnį ω Alice išmatavo kosminėje stotyje? 0.6pt

Alice yra įsitikinusi, kad jos eksperimentas įrodo, kad jie gyvena besisukančioje kosminėje stotyje. Bob'as lieka skeptiškas. Jis tvirtina, kad atsižvelgus į gravitacijos kitimą virš Žemės paviršiaus pasiekiamas panašus efektas. Tolesnėse užduotyse ištirsime, ar Bob'as teisus.



4 paveikslas: Kosminė stotis

- B.4** Išveskite išraišką pagreičiui $g_E(h)$ esant mažiems aukščiams h virš Žemės paviršiaus ir apskaičiuokite kūno svyravimų dažnį $\tilde{\omega}_E$ (pakanka tiesinės aproksimacijos). Žemės spindulys duotas kaip R_E . Į Žemės sukimosi nekreipti dėmesio. 0.8pt

Iš tikrųjų, Alice kosminėje stotyje nustato, kad spyruoklinė svyruoklė svyruoja dažniu, kurį numatė Bob'as.

- B.5** Esant kokiam kosminės stoties spinduliui R svyravimų dažnis ω sutampa su svyravimų dažniu $\tilde{\omega}_E$ Žemėje? Atsakymą išreikškite per R_E . 0.3pt

Susierzinusi dėl Bob'o užsispyrimo Alice sugalvoja eksperimentą savo požiūriui įrodyti. Ji pakyla į aukščio H bokštą virš kosminės stoties vidinio paviršiaus pagrindo ir numeta tam tikros masės kūną. Šį eksperimentą galima aprašyti tiek besisukančioje atskaitos sistemoje, tiek inercinėje sistemoje.

Pastoviu greičiu besisukančioje atskaitos sistemoje atsiranda fiktyvi jėga \vec{F}_C , vadinama Koriolio jėga. Ši jėga \vec{F}_C , veikianti masės m objektą, kuris juda greičiu \vec{v} pastoviu kampiniu greičiu $\vec{\omega}_{ss}$ besisukančios atžvilgiu, lygi

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}_{ss}. \quad (2)$$

Skaliariniams dydžiams galite naudoti

$$F_C = 2mv\omega_{ss} \sin \phi, \quad (3)$$

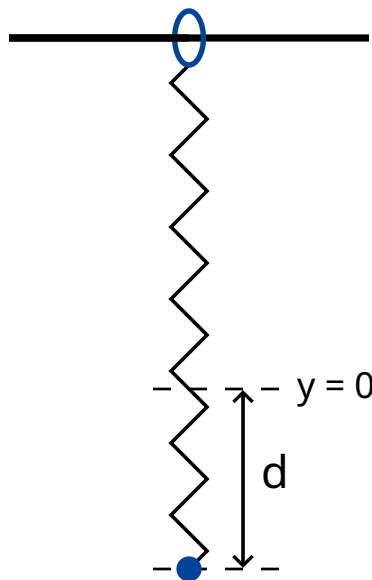
čia ϕ yra kampas tarp greičio krypties ir sukimosi ašies. Jėga yra statmena tiek greičio vektoriui v , tiek sukimosi ašiai. Jėgos kryptį galima nustatyti pasinaudojus dešinės rankos taisykle arba vektorine sandauga, panaudota (2) formulėje.

- B.6** Apskaičiuokite kūno horizontalų greitį v_x ir horizontalų poslinkį d_x (bokšto pagrindo atžvilgiu statmena bokštui kryptimi) tuo metu, kai kūnas pasiekia stoties grindis. Galite tarti, kad bokšto aukštis H yra mažas, todėl astronautų matavimuose kritimo išlieka pagreitis pastovus viso kritimo metu. Taip pat galite tarti, kad $d_x \ll H$. 1.1pt

Norėdama gauti geresnį rezultatą, Alice nusprendžia atlikti eksperimentą iš žymiai aukštesnio bokšto lyginant su ankstesniu bandymu. Jos nuostabai kūnas pasiekia stoties grindis ties bokšto pagrindu taip, kad $d_x = 0$.

- B.7** Suraskite mažiausią galimą bokšto aukštį, kuriam taip gali atsitikti, t. y. kuriam $d_x = 0$. 1.3pt

Alice nori paskutinį kartą pabandyti įtikinti Bob'ą. Ji nori panaudoti spyruoklinę svyruoklę ir pademonstruoti Koriolio jėgos veikimą. Ji pakeičia eksperimentą ir pakabina spyruoklę už žiedo, kuris gali lengvai slysti horizontaliu strypu x kryptimi be trinties. Pati spyruoklė svyruoja y kryptimi. Strypas lygiagretus grindims ir statmenas kosminės stoties sukimosi ašiai. Tuo būdu xy plokštuma statmena sukimosi ašiai, o y ašis nukreipta į stoties sukimosi centrą.



5 paveikslas. Eksperimento įranga.

- B.8** Alice patraukia masę atstumu d žemyn nuo pusiausvyros padėties taške $x = 0$, $y = 0$ ir paleidžia ją (žiūr. 5 paveikslą). 1.7pt
- Užrašykite algebrinę išraišką $x(t)$ ir $y(t)$. Galite tarti, kad $\omega_{ss}d$ mažas ir nekreipti dėmesio į Koriolio jėgą judant masei išilgai y ašies.
 - Schematiškai nubraižykite trajektoriją $(x(t), y(t))$, pažymėdami svarbiausius charakteringus dydžius, tokius kaip amplitudė.

Alice ir Bob's toliau tęsia ginčą.