

Механикадан иккита масала (10 балл)

Топшириқни бажаришдан олдин алохида конвертга солинган умумий кўрсатмалар (қойдалар) билан танишиб чиқинг.

А-қисм. Кўринмас диск (3.5 балл)

Радиуси r_1 ва қалинлиги h_1 бўлган ёғоч цилиндр берилган. Цилиндрнинг ичида радиуси r_2 ва қалинлиги h_2 бўлган металл диск жойлашган. Диск шундай жойлаштирилганки, унинг S симметрия ўқи ёғоч цилиндрнинг симметрия ўқи S га параллел ва металл диск цилиндрнинг ясси юзаларидан бир хил масофада жойлашган. S ва B орасидаги масофани d деб белгилаймиз. Ёғочнинг зичлиги ρ_1 , металл зичлиги $\rho_2 > \rho_1$. Цилиндрнинг ичидаги диск билан умумий массаси M .

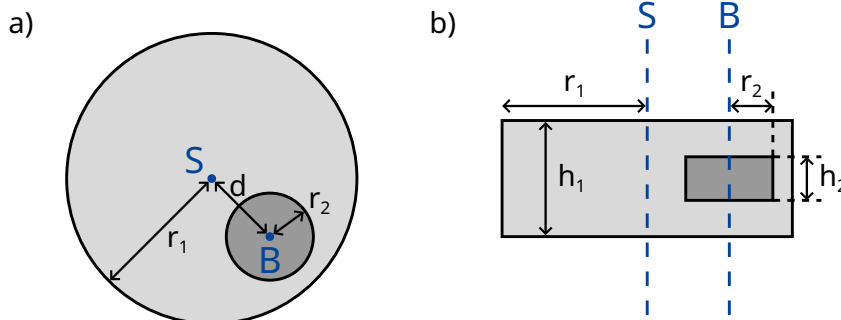
Ушбу масалада цилиндрни текисликка шундай жойлаштирамизки, у чап ва ўннга эркин айлансин. 1-расмда цилиндрни кўндаланг ва устидан кўрсатилган кўриниши берилган.

Ушбу топшириқда металл дискнинг ўлчамлари ва унинг жойлашишини аниқлаш керак.

Кейинчалик, агар сизга аниқ ўлчамлар орқали натижаларни ифодалаш тавсия этилса, хар дойим хисобга олинки, қуйидаги катталиклар аниқланган:

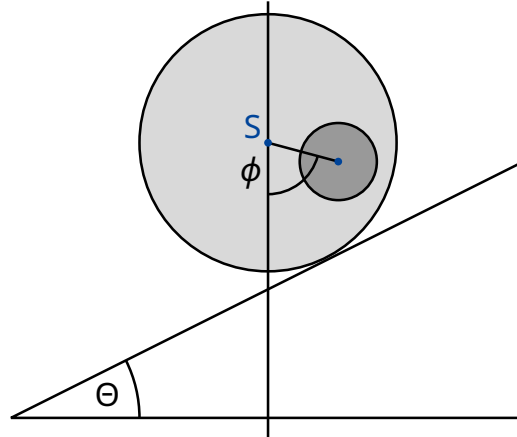
$$r_1, w_1, \rho_1, \rho_2, M. \quad (1)$$

Мақсад - r_2, h_2 ва d , ни билвоста йўл билан аниқлаш



1-расм. а) цилиндрнинг кўндаланг кесимидан кўриниши б) устидан кўриниши

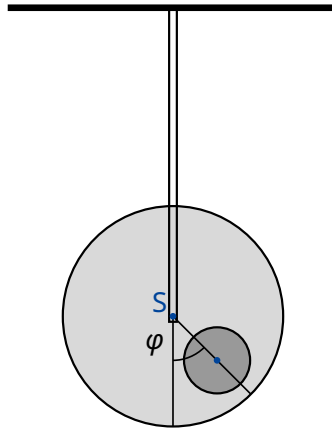
S цилиндрнинг массалар маркази билан симметрия ўқи S орасидаги масофа b . Бу масофани аниқлаш учун, қуйидаги экспериментни (тажрибани) куриб чиқамиз: цилиндр горизонтал текисликка шундай ўрнатилганки, у турғун ҳолатда турибди. Ө бурчакка (2-расимга қаранг) секин эгамиз. Ишқаланиш кучи бўлганли сабабли, цилиндр сирпаниб кетмасдан эркин айланиши мумкин. У бироз пастга сирпанади, кейн эса, биз ўлчаган ϕ бурчакка бурилиш билан турғун ҳолатга келади.



2-расм. Цилиндр қия текисликда.

A.1 b учун ифодани (1)нинг катталиги, ϕ бурчак ва Θ қия текислик бурчаги Θ 0.8pt ларнинг функцияси кўринишида ёзинг.

Бундан кейн, b ни аниқ катталик деб хисоблаймиз.



3-расм. Илиб қўйилган цилиндр

Энди симметрия ўқи S га нисбатан I_S цилиндрнинг инерция моментини ўлчамимиз керак бўлади. Бунинг учун цилиндрни симметрия ўқидан илиб қўяйлик. Кейин уни турғун ҳолатдан унча катта бўлмаган ϕ бурчакка оғдириб қўйиб юборайлик. Тажриба схемаси 3-расмда келтирилган. Шу нарсани аниқлашимиз мумкин, бурчак ϕ давр T билан даврий ўзгаради.

A.2 Бурчак ϕ нинг ўзгариши қандай харакатни ифодалайди ? 0.5pt
Цилиндрнинг инерция моменти I_S ни унинг симметриялар ўқи S га нисбатан T , b ва берилган катталиклар (1) билан ифодаланг. Мувозонат холатдан оғиш сезилари эмас деб хисобланг, яни бурчак ϕ жуда кичик деб хисобланг.

A.1 и A.2 қисмлардан олинган ўлчаш натижалари берилган деб хисоблаб, металл дискнинг катталигини ва уни цилиндр ичида жойлашган ўрнини аниқланг.

A.3 d масофа учун b ва (1) катталиклар функцияси қўринишидаги ифодасини олинг. Сиз ўзгарувчилар сифатида r_2 ва h_2 ларни киритишингиз мумкин, чунки улар A.5 қисмда хисобланади. 0.4pt

A.4 I_S инерция моменти учун b ва (1) аниқланган катталиклар функцияси сифатида ифодасини олинг. Сиз ўзгарувчилар сифатида r_2 ва h_2 ларни киритишингиз мумкин, чунки улар **A.5.** қисмда хисобланади. 0.7pt

A.5 Олинган ўз натижаларингизни ишлатиб, h_2 ва r_2 учун, b , T ва берилган катталиклар орқали ёзинг. Сиз h_2 ни r_2 ни функцияси деб олишингиз мумкин. 1.1pt

В қисм. Айланувчи космик станция (6,5 балл)

Алиса - космонавт, у космик станцияда яшайди.

Космик станция, ўз ўқи атрофида айланиб турувчи гигант (жуда катта), шунинг сабабли сунъий гравитация хосил қилувчи, R радиусга эга бўлган ғилдиракка ўхшайди. Космонавтлар ғилдираксимон станциянинг ички қисмида яшайди. Станция жуда енгил бўлиб, унга таъсир этувчи гравитация кучини хисобга олмаса ҳам бўлади.

B.1 Космонавтлар худди ердаги каби эркин тушиш тезланишини g_E сезиш учун космик станция қандай циклик частота ω_{ss} билан айланиши керак ? 0.5pt

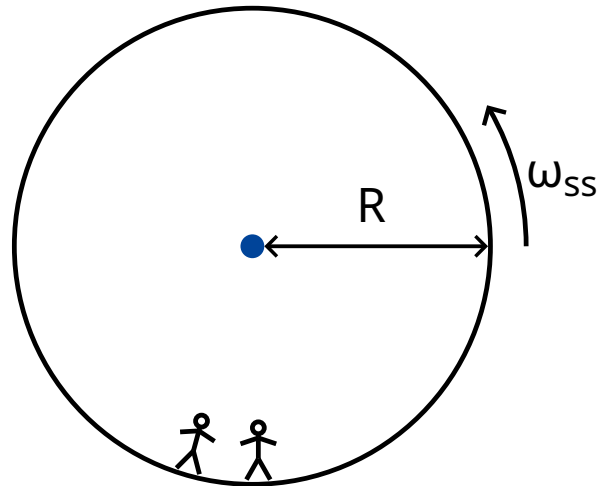
Алиса ўз ўртоғи Боб билан гаров ўйнади. Боб ишонмайдик, улар ҳақиқатдан ҳам космик станцияда яшашаяпти ва шу нарсага ишонадики улар ерда яшашаяпти. Лекин Алиса физик қонунлар ёрдамида улар космик станцияда яшашаётганликларини исботламоқчи. Бунинг учун у m массали k бикирликли пуржинани илиб қўйди ва уни тебранишга мажбурлади. Масса фақат вертикал йўналишда тебранади ва горизонтал йўналишда силжимади.

B.2 Ерда эркин тушиш тезланиши ўзгармас ва g_E га тенг деб олиб, тебранишнинг циклик частотаси ω_E нимага тенглигини топинг ? 0.2pt

B.3 Алиса космик станцияда қандай циклик частотани хисоблайди ? 0.6pt

Алиса билдики, унинг тажрибаси улар айланаётган космик станцияда эканликларини исботлайди. Боб эса шунда ҳам ишонмаяпти. У шу нарсани тасдиқлайдики, агар ердан кўтарилиш билан тортишиш кучини ўзгаришини хисобга олсак, ушани ўзини оламиз. Боб ҳақлигини кейинги

масалада кўриб чиқамиз.



4-расм: Космик станция

- B.4** Ер сатхидан унча баланд бўлмаган h , эркин тушиш тезланишининг $g_E(h)$ ифодасини ва циклик частота $\tilde{\omega}_E$ ифодасини олинг (чизиқли яқинлашиш билан кифояланинг). Ернинг радиуси R_E га тенг. 0.8pt

Бироқ, Алиса билдики, пружинали маятник Боб айтган частота билан тебранаётган экан.

- B.5** Қандай R радиусли космик станция учун, тебранишлар частотаси ω ер устидаги тебранишлар частотаси $\tilde{\omega}_E$ га мос тушади. 0.3pt

Бобнинг қатъийлигидан жажли чиққан Алиса ўз фикрини исботлаш учун Кориолис кучини ишлатишга қарор қилди. Бунинг учун у полдан H баландликка кўтарилиб юкни ташаб юборди.

Кориолис кучи фиктив (сохта) куч бўлиб, у текис айланучи кординаталар системасида пайдо бўлади.

$\tilde{\omega}_{ss}$ циклик частота билан айланаётган кординаталар системасида m массали объектга таъсир қилувчи \vec{F}_C куч, қуйидаги ифода билан аниқланади

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \tilde{\omega}_{ss} . \quad (2)$$

Сиз бу ифодани скаляр кўринишда ифодалашингиз мумкин:

$$F_C = 2m\omega_{ss} v \sin \phi , \quad (3)$$

бу ерда ϕ - тезлик ва айланиш ўқи орасидаги бурчак. Куч ҳам тезликка v , ҳам айланиш ўқиға перпендикуляр. Кучнинг ишораси ўнг қўл қойдаси билан аниқланади, лекин кейинчалик сиз ўз хошишингизга қараб эркин танлашингиз мумкин.

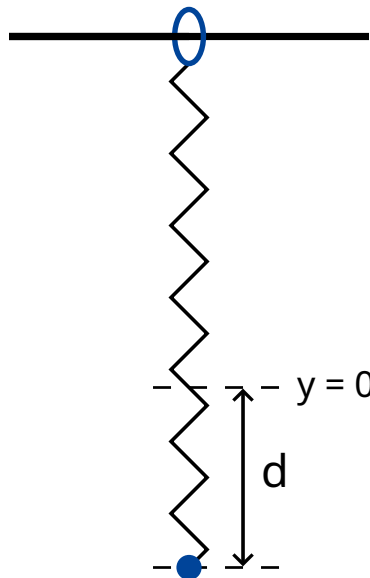
B.6 Массанинг полга урилиши пайтидаги v_x горизонтал тезликни ва d_x горизонтал кўчишни (миноранинг асосига нисбатан минорага перпендикуляр йўналишда) аниқланг. Сиз минора баландлиги H кичик деб ҳисоблаб, космоноватлар томонидан ўлчанаётган тезланиш ўзгармас деб ҳисобланг. Ундан ташқари, сиз $d_x \ll H$ деб ҳисоблашингиз мумкин. 1.1pt

Ишонarli натижалар олиш учун, Алиса бу тажрибани олдинги минорадан анча баланд минорада текшириб кўришга қарор қилди. Унинг ҳайрон қолдиргани, масса пол асосига минорадан шундай тушдики, бунда $d_x = 0$ бўлди.

B.7 Минора баландлигининг шундай энг кичик чегарасини топингки, унинг учун $d_x = 0$ бажарилсин. 1.3pt

Алиса Бобни ишонтириш учун охириги марта уриниб кўришга тайёр. Кориолис кучи таъсирини намойиш этиш учун у ўзининг пружинали генераторини ишлатмоқчи. Бунинг учун у системанинг бошланғич шартларини ўзгартирди: y пружинани горизонтал стержень бўйлаб x йўналиши бўйича ишқаланишсиз эркин сирпанаоладиган халқага катиради. Пружинанинг ўзи y йўналиши бўйича тебранади. Стержень полга параллел ва космик станциянинг айланиш ўқиға перпендикуляр.

xy текислик айланиш ўқиға перпендикуляр бўлиб, y космик станциянинг айланиш марказига йўналган.



5-расм: Созлаш (ўрнатиш).

B.8 Алиса массани мувозанат нуқтаси $x = 0, y = 0$ дан пастга d масофага тортиб туширади ва қўйиб юборади (5-расмга қаранг). 1.7pt

- $x(t)$ ва $y(t)$ учун алгебраик ифодани ёзинг. $\omega_{ss}d$ нинг қийматини кичик деб қабул қилиб, y ўқи бўйлаб ҳаракатланганда Кориолис кучини ҳисобга олмаса ҳам булади деб қабул қилинг.
- $(x(t), y(t))$ траекторияни чизинг, амплитуда каби ва бошқа муҳим функцияларни белгиланг

Алиса ва Боб бахсини давом эттиради.