

Hai bài toán cơ học (10 điểm)

Em hãy đọc kĩ những hướng dẫn chung trong phong bì riêng trước khi bắt đầu làm bài.

Phần A. Chiếc đĩa bị giấu (3.5 điểm)

Ta xét một hình trụ đặc bằng gỗ có bán kính r_1 và độ dày h_1 . Ở một chỗ nào đó trong hình trụ gỗ, một đĩa kim loại có bán kính r_2 và độ dày h_2 chiếm chỗ của gỗ. Đĩa kim loại được đặt sao cho trục đối xứng B của nó song song với trục đối xứng S của hình trụ gỗ. Đĩa được đặt cách đều mặt trên và mặt dưới của hình trụ gỗ. Ta gọi khoảng cách giữa S và B là d . Khối lượng riêng của gỗ là ρ_1 , khối lượng riêng của kim loại là $\rho_2 > \rho_1$. Tổng khối lượng của hình trụ gỗ và đĩa kim loại bên trong là M .

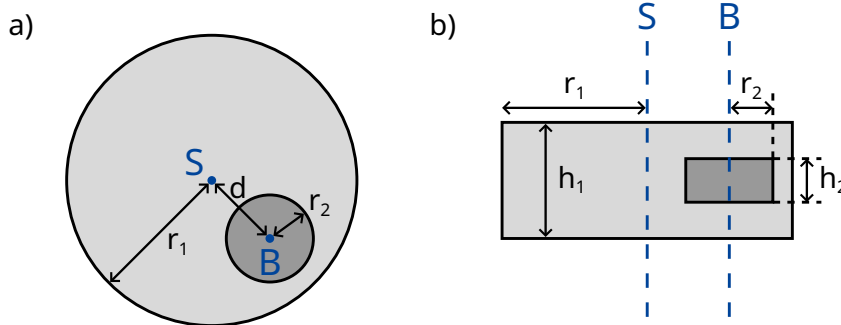
Trong phần này, ta đặt hình trụ gỗ lên mặt sàn sao cho nó có thể lăn tự do sang phải hoặc sang trái. Hình 1 là hình ảnh nhìn ngang và nhìn từ trên xuống của dụng cụ này.

Mục đích của nhiệm vụ này là xác định kích thước và vị trí của đĩa kim loại.

Trong phần tiếp theo, khi được yêu cầu biểu thị kết quả theo các giá trị đã cho, em luôn có thể coi các giá trị sau là đã biết:

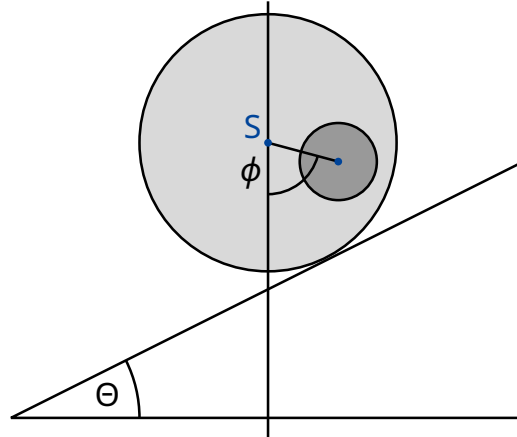
$$r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M. \quad (1)$$

Mục tiêu là xác định r_2, h_2 và d , qua các phép đo gián tiếp.



Hình 1: a) nhìn ngang b) nhìn từ trên xuống.

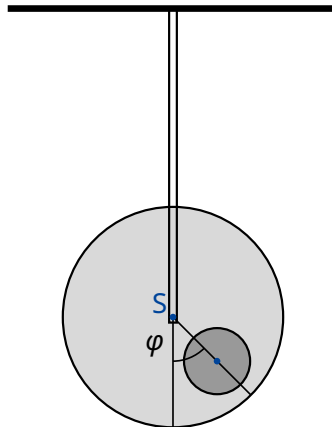
Ta gọi b là khoảng cách giữa khối tâm C của cả hệ vật và trục đối xứng S của hình trụ gỗ. Để tìm khoảng cách này, ta thiết kế thí nghiệm như sau: đặt hình trụ gỗ lên một tấm đế nằm ngang sao cho nó ở trạng thái cân bằng bền. Ta từ từ nghiêng tấm đế đến một góc Θ (xem Hình 2). Do có lực ma sát nghỉ, hình trụ gỗ có thể lăn tự do mà không trượt. Hình trụ lăn xuống mặt nghiêng một chút rồi sau đó đứng yên ở trạng thái cân bằng bền trên mặt nghiêng sau khi đã quay đi một góc ϕ mà ta có thể đo được.



Hình 2: Hình trụ trên tấm đế nghiêng

- A.1** Hãy tìm biểu thức của b theo các đại lượng (1), góc ϕ và góc nghiêng Θ của tấm đế. 0.8pt

Từ đây trở đi, ta coi như đã biết giá trị của b .



Hình 3: Hệ treo

Tiếp theo, ta đo mô men quán tính I_S của hệ đối với trục đối xứng S . Muốn vậy, treo hình trụ gỗ ở trục đối xứng của nó vào một thanh cứng. Sau đó ta quay hình trụ đi một góc nhỏ φ khỏi vị trí cân bằng và thả tay ra. Xem mô hình trên Hình 3. Ta thấy rằng φ mô tả một chuyển động tuần hoàn với chu kỳ T .

- A.2** Hãy tìm phương trình chuyển động của φ . Hãy biểu thị mô men quán tính I_S của hệ đối với trục đối xứng S theo T , b và các đại lượng đã biết (1). Em có thể giả thiết rằng ta chỉ làm lệch nhẹ khỏi vị trí cân bằng, do vậy φ luôn là rất bé. 0.5pt

Từ các phép đo trong các câu hỏi A.1 và A.2, bây giờ ta muốn xác định hình dạng và vị trí của đĩa kim loại

bên trong hình trụ gỗ.

A.3 Hãy tìm biểu thức cho khoảng cách d theo b và các đại lượng (1). Biểu thức có thể bao gồm các biến r_2 và h_2 , các biến này sẽ được tính trong câu hỏi **A.5**. 0.4pt

A.4 Hãy tìm biểu thức của mô men quán tính I_S theo b và các đại lượng (1). Biểu thức có thể bao gồm các biến r_2 và h_2 , các biến này sẽ được tính trong câu hỏi **A.5**. 0.7pt

A.5 Dùng tất cả các kết quả bên trên, em hãy viết biểu thức cho h_2 và r_2 theo b, T và các đại lượng (1). Em có thể biểu diễn h_2 như là hàm của r_2 . 1.1pt

Phần B. Trạm không gian quay (6.5 điểm)

Alice là một phi hành gia sống trên trạm không gian. Trạm không gian là một bánh xe khổng lồ có bán kính R quay quanh trục của nó, do vậy nó tạo ra một trọng lực nhân tạo lên các phi hành gia. Các phi hành gia sống ở phía bên trong của vành bánh xe. Trọng lực của trạm không gian và độ cong của sàn có thể được bỏ qua.

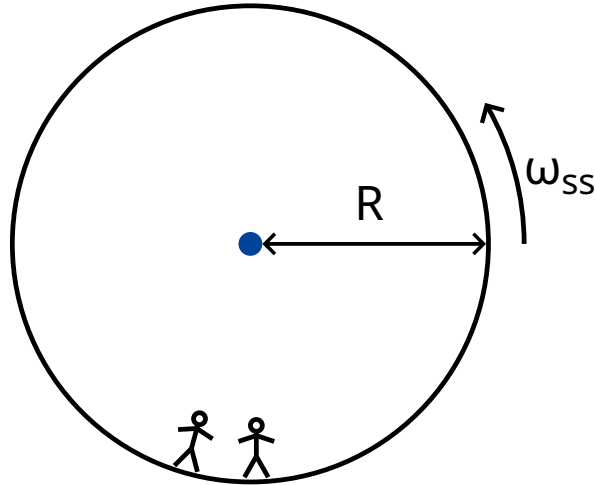
B.1 Trạm không gian cần quay với tần số góc ω_{ss} nào để các phi hành gia cảm thấy gia tốc trọng trường g_E như ở trên bề mặt Trái đất? 0.5pt

Alice và người bạn phi hành gia của mình là Bob có một cuộc tranh cãi. Bob không tin rằng họ đang sống trong một trạm không gian mà tuyên bố rằng họ đang ở trên Trái đất. Alice muốn chứng minh một cách vật lí cho Bob rằng họ đang sống trên trạm không gian quay. Cô đã gắn một vật có khối lượng m vào một lò xo có độ cứng k và cho nó dao động. Vật chỉ dao động theo phương thẳng đứng, và không thể di chuyển theo phương ngang.

B.2 Coi rằng lực hấp dẫn của Trái đất là không đổi với gia tốc là g_E , thì tần số góc ω_E của dao động mà người ở trên Trái đất đo được là bao nhiêu? 0.2pt

B.3 Tần số góc ω của dao động mà Alice đo được trong trạm không gian là bao nhiêu? 0.6pt

Alice tin rằng thí nghiệm của cô ấy chứng minh rằng họ đang ở trên một trạm không gian quay. Bob vẫn còn hoài nghi. Anh tuyên bố rằng khi tính đến sự thay đổi lực hấp dẫn ở bên trên bề mặt của Trái đất, người ta cũng sẽ thấy một hiệu ứng tương tự. Trong nhiệm vụ sau đây ta sẽ tìm hiểu xem Bob có đúng hay không.



Hình 4: Trạm không gian

- B.4** Hãy tìm biểu thức của gia tốc trọng trường $g_E(h)$ tại độ cao h nhỏ trên bề mặt trái đất và tính tần số góc $\tilde{\omega}_E$ của vật dao động (chỉ cần dùng phép gần đúng tuyến tính là được). Gọi bán kính của Trái đất là R_E . Bỏ qua sự quay của Trái đất. 0.8pt

Thật vậy, đối với trạm không gian này, Alice thực sự thấy rằng con lắc lò xo dao động với tần số mà Bob dự đoán.

- B.5** Với giá trị nào của bán kính R của trạm không gian thì tần số dao động ω trùng với tần số dao động $\tilde{\omega}_E$ trên bề mặt Trái đất? Hãy biểu thị kết quả theo R_E 0.3pt

Bực tức với sự bướng bỉnh của Bob, Alice nảy ra ý tưởng làm một thí nghiệm để chứng minh quan điểm của mình. Để thực hiện, cô trèo lên trên một tháp có độ cao H so với sàn của trạm không gian và thả một vật. Thí nghiệm này có thể được hiểu trong hệ quy chiếu quay cũng như hệ quy chiếu quán tính.

Trong một hệ quy chiếu quay đều, phi hành gia cảm thấy một lực ảo \vec{F}_C gọi là lực Coriolis. Lực \vec{F}_C tác dụng lên một vật có khối lượng m chuyển động với vận tốc \vec{v} trong hệ quy chiếu quay với tần số góc không đổi $\vec{\omega}_{ss}$ được cho bởi:

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}_{ss} . \quad (2)$$

Khi tính các giá trị vô hướng ta có thể dùng công thức:

$$F_C = 2mv\omega_{ss} \sin \phi , \quad (3)$$

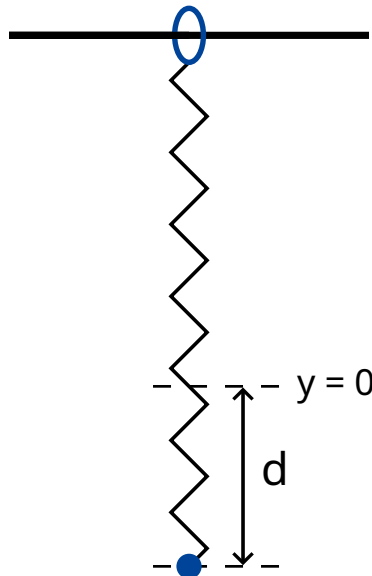
trong đó, ϕ là góc giữa vận tốc và trục quay. Lực này vuông góc với cả vận tốc v và trục quay. Dấu của lực có thể được xác định theo quy tắc bàn tay phải, nhưng sau đây, em có thể chọn một cách tùy ý.

- B.6** Hãy tính vận tốc ngang v_x và độ dời ngang d_x (so với chân của tháp theo phương vuông góc với tháp) của vật khi nó chạm vào sàn. Em có thể giả thiết rằng độ cao H của tháp là nhỏ, sao cho gia tốc mà phi hành gia đo được là không đổi trong suốt quá trình rơi. Em cũng có thể giả thiết rằng $d_x \ll H$. 1.1pt

Để thu được kết quả tốt, Alice quyết định thực hiện thí nghiệm này ở một tòa tháp cao hơn nhiều so với trước. Thật bất ngờ, vật rơi chạm đất ở ngay chân tháp, tức là $d_x = 0$.

B.7 Hãy tìm giới hạn dưới cho độ cao của tháp để có thể xảy ra tình huống $d_x = 0$. 1.3pt

Alice sẵn sàng thực hiện một nỗ lực cuối cùng trong việc thuyết phục Bob. Cô muốn dùng dao động của lò xo để chứng tỏ tác dụng của lực Coriolis. Để thực hiện, thí nghiệm được thay đổi: Alice gắn lò xo vào một cái vòng nhỏ, vòng này có thể trượt tự do không ma sát trên một thanh ngang theo phương x . Bản thân lò xo dao động theo phương y . Thanh ngang được đặt song song với sàn và vuông góc với trục quay của trạm không gian. Như vậy, mặt phẳng xy là mặt phẳng vuông góc với trục quay, với phương y hướng về tâm quay của trạm.



Hình 5: Bố trí thí nghiệm

B.8 Alice kéo vật xuống dưới một khoảng d so với điểm cân bằng $x = 0, y = 0$, và thả tay ra (xem hình 5). 1.7pt

- Hãy tìm biểu thức đại số cho $x(t)$ và $y(t)$. Em có thể coi rằng $\omega_{ss}d$ là rất nhỏ và bỏ qua lực Coriolis cho chuyển động dọc theo trục y .
- Vẽ phác quỹ đạo $(x(t), y(t))$, đánh dấu tất cả các đặc trưng quan trọng, ví dụ như biên độ.

Alice và Bob tiếp tục tranh cãi.