

Nonlinear Dynamics in Electric Circuits-Elektrik dövrələrində qeyri xətti dinamika (10 points)

Please read the general instructions in the separate envelope before you start this problem.

Bu məsələni yerinə yetirməyə başlamadan sizə təqdim olunan ayrıca zərfdəki "Ümumi Gösrəşlrlə"tanış olun.

Introduction-Giriş

Bistable non-linear semiconducting elements (e.g. thyristors) are widely used in electronics as switches and generators of electromagnetic oscillations. The primary field of applications of thyristors is controlling alternating currents in power electronics, for instance rectification of AC current to DC at the megawatt scale. Bistable elements may also serve as model systems for self-organization phenomena in physics (this topic is covered in part B of the problem), biology (see part C) and other fields of modern nonlinear science.

Qeyri stabil, qeyri xətti yarımkeçirici elementlər, məsələn, tristorlar çeviricilər və elektromaqnit dalğalarının generatoru kimi elektronikada geniş istifadə olunur. Tristorların əsas tətbiq oblastı güc elektronikasında dəyişən cərəyanların idarə edilməsidir. Məsələn, Meqavattlıq dəyişən cərəyanı sabit cərəyana keçirmək üçün. Qeyri stabil elementlər model sistemlər kimi fizikada öz özünə təşkil olunmanın izahında (B hissə), biologiyada (Hissə C) və digər müasir qeyri xətti dinamikaların məsələlərində istifadə oluna bilər.

Goals-Məqsəd.

To study instabilities and nontrivial dynamics of circuits including elements with non-linear $I - V$ characteristics. To discover possible applications of such circuits in engineering and in modeling of biological systems.

Qeyri xətti volt-ampere xarakteristikalı element daxil olan elektrik dövrələrinin qeyri trivial dinamik və qeyri stabil xassələrinin öyrənilməsi. Belə sistemlərin mühəndis məsələlərinin və bioloji sistemlərin modelləşdirilməsində istifadə edilmə imkanlarını müəyyənləşdirmək.

Part A. Stationary states and instabilities -A hissəsi: Stasionar hallar və qeyri stabilliklər(3 points)

Fig. 1 shows the so-called **S-shaped** $I - V$ characteristics of a non-linear element X . In the voltage range between $U_h = 4.00$ V (the holding voltage) and $U_{th} = 10.0$ V (the threshold voltage) this $I - V$ characteristics is multivalued. For simplicity, the graph on Fig. 1 is chosen to be piece-wise linear (each branch is a segment of a straight line). In particular, the line in the upper branch touches the origin if it is extended. This approximation gives a good description of real thyristors.

Şəkil-1 də X qeyri xətti elementinin S şəkilli adlanan I-V xarakteristikası göstərilmişdir. $U_h = 4.00$ V (tutucu gərginlik) və $U_{th} = 10.0$ V (astana, çəpər gərginliyi) arasında xarakteristika (asılılıq) çoxqiymətli. Sadəlik üçün qəbul edirik ki, Şəkil-1 dəki qrafik ayrı-ayrı düz xətt parçalarından ibarətdir. Qrafikin yuxarı hissəsindəki xətti uzatdıqda koordinat başlanğıcından keçir. Bu yaxınlaşmada real tristorların xassələri kifayət qədər yaxşı izah edilir.

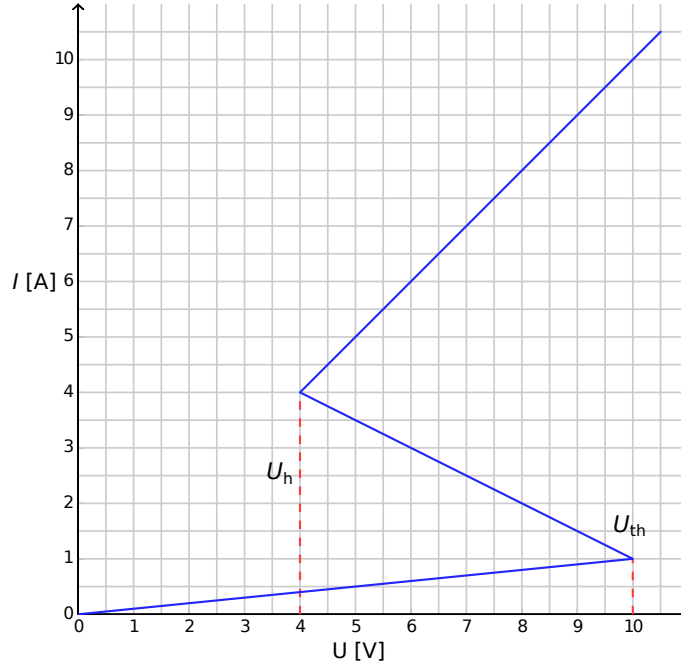


Figure 1: $I - V$ characteristics of the non-linear element X .
Şəkil-1 : X qeyri xətti elementinin $I-V$ xarakteristikası.

- A.1** Using the graph, determine the resistance R_{on} of the element X on the upper branch of the $I - V$ characteristics, and R_{off} on the lower branch, respectively. 0.4pt
The middle branch is described by the equation.

X elementinin qrafikin yuxarı parçasına uyğun R_{on} müqavəmətini və qrafikin aşağı parçasına uyğun R_{off} müqavimətini təyin edin. Qrafikin orta parçası aşağıdakı tənliklə ifadə olunur.

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Find the values of the parameters I_0 and R_{int} .
 I_0 və R_{int} -in qiymətlərini tapın.

The element X is connected in series (see Fig.2) with a resistor R , an inductor L and an ideal voltage source \mathcal{E} . One says that the circuit is in a stationary state if the current is constant in time, $I(t) = \text{const}$.

X elementi Şəkil-2 dəki kimi R müqaviməti, L induktivli sarğac və \mathcal{E} . gərginlikli ideal cərəyan mənbəyi ilə ardıcıl birləşdirilir. $I(t) = \text{const}$. sabit cərəyan şiddətində dövrənin stasionar olduğu deyilir.

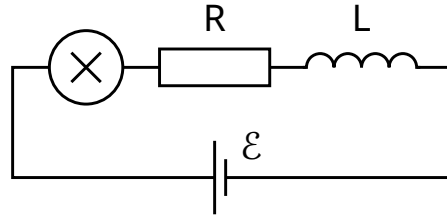


Figure 2: Circuit with element X , resistor R , inductor L and voltage source \mathcal{E} .

Şəkil-2 : X elementi, R rezistoru, L sarğacı və \mathcal{E} . gərginlik mənbəyindən ibarət dövrə.

- A.2** What are the possible numbers of stationary states that the circuit of Fig. 2 may have for a fixed value of \mathcal{E} and for $R = 3.00 \Omega$? How does the answer change for $R = 1.00 \Omega$? 1pt
 \mathcal{E} nin sabit qiymətində $R = 3.00 \Omega$ olduqda Şəkil-2 də göstərilən dövrənin stasionar vəziyyətlərinin sayı nəyə bərabərdir? $R = 1.00 \Omega$ olsa cavab neçə olacaq?

- A.3** Let $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ and $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ in the circuit shown in Fig. 2. Determine the values of the current $I_{\text{stationary}}$ and the voltage $V_{\text{stationary}}$ on the non-linear element X in the stationary state. 0.6pt
 Şəkil-2 də verilən dövrədə $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ və $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ olsun. X elementinin stasionar vəziyyətinə uyğun gələn $I_{\text{stationary}}$ cərəyan şiddətinin və elementin üzərinə düşən $V_{\text{stationary}}$ gərginliyin qiymətini tapın.

The circuit in Fig. 2 is in the stationary state with $I(t) = I_{\text{stationary}}$. This stationary state is said to be stable if after a small displacement (increase or decrease in the current), the current returns towards the stationary state. And if the system keeps moving away from the stationary state, it is said to be unstable.

Şəkil-2 də verilən dövrənin $I(t) = I_{\text{stationary}}$ stasionar halında olduğunu qəbul edək. Cərəyanının kiçik dəyişməsi (artma və ya azalma) baş verdikdə cərəyan əvvəlki halına qayıdırsa onda bu hal stabil adlanır. Əgər cərəyanın qiyməti stasionar haldan uzaqlaşarsa bu hal qeyri stabil hal adlanır.

- A.4** Use numerical values of the question A.3 and study the stability of the stationary state with $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Is it stable or unstable? 1pt
 A3 dəki ədədi qiymətlərdən istifadə edərək $I(t) = I_{\text{stationary}}$ stasionar halın stabilliyini analiz edin. Bu stasionar hal stabildir yoxsa qeyri stabildir?

Part B. Bistable non-linear elements in physics: radio transmitter Hissə B. Fizikada qeyri stabil qeyri xətti elementlər. Radio verici. (5 points)

We now investigate a new circuit configuration (see Fig. 3). This time, the non-linear element X is connected in parallel to a capacitor of capacitance $C = 1.00 \mu\text{F}$. This block is then connected in series to a resistor of resistance $R = 3.00 \Omega$ and an ideal constant voltage source of voltage $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. It turns out that this circuit undergoes oscillations with the non-linear element X jumping from one branch of the $I - V$ characteristics to another over the course of one cycle.

Bu tapşırıqda elektrik dövrəsinin şəklini Şəkil-3 də olduğu kimi qəbul edəcəyik. Bu halda qeyri xətti X elementi $C = 1.00 \mu\text{F}$ olan kondensatorla paralel birləşib. Onlar isə öz növbəsində $R = 3.00 \Omega$ müqavimətə malik rezistorla $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ gərginlikli ideal gərginlik mənbəyinə ardıcıl birləşdirilib.

Təcrübələr göstərir ki belə dövrdə rəqlər meydana çıxır. Bunun səbəbi X elementinin qeyri xəttiliyindədir. Bir dövrdə X elementi I-V qrafikinə müxtəlif parçalarına aid xassələrə malik olur.

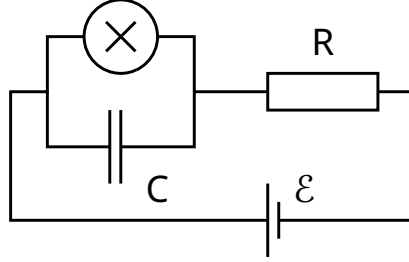


Figure 3: Circuit with element X , capacitor C , resistor R and voltage source \mathcal{E} .
Şəkil-3: X elementi , C kondensatoru, R rezistoru və \mathcal{E} gərginlik mənbəyi.

B.1 Draw the oscillation cycle on the $I - V$ graph, including its direction (clockwise or anticlockwise). Justify your answer with equations and sketches.
X elementinin I-V xarakteristikası üzərində rəqsin bir dövrünün istiqamətləri (saat əqrəbi və ya əki istiqamətdə) göstərməklə şəklini çəkin. Cavabınızı tənliklərlə və sxemlərlə əsaslandırın. 1.8pt

B.2 Find expressions for the times t_1 and t_2 that the system spends on each branch of the $I - V$ graph during the oscillation cycle. Determine their numerical values. Find the numerical value of the oscillation period T assuming that the time needed for jumps between the branches of the $I - V$ graph is negligible.
Bir rəqs ərzində sistem X elementinin I - V qrafikinə hər bir hissəsində keçirəcəyi t_1 və t_2 zaman müddətlərini tapın. Onların ədədi qiymətlərini hesablayın. I-V qrafikinə hissələrinə arasında keçid müddətinə nəzərə alınmayacaq qədər kiçik olduğunu qəbul edərək rəqsin T periodunun ədədi qiymətini hesablayın. 1.9pt

B.3 Estimate the average power P dissipated by the non-linear element over the course of one oscillation. An order of magnitude is sufficient.
Bir tam rəqs ərzində X elementində ayrılan P orta gücü hesablayın. Gücün böyüklüyünün tərtibini təyin etmək kafidir. 0.7pt

The circuit in Fig. 3 is used to build a radio transmitter. For this purpose, the element X is attached to one end of a linear antenna (a long straight wire) of length s . The other end of the wire is free. In the antenna, an electromagnetic standing wave is formed. The speed of electromagnetic waves along the antenna is the same as in vacuum. The transmitter is using the main harmonic of the system, which has period T of question **B.2**.

Şəkil-3 dəki dövrə radio verici kimi istifadə oluna bilər. Bu məqsədlə s uzunluqlu xətti antannanın (uzun düz məftil) bir ucuna X elementi bağlanır. Məftilin (antenna) digər ucu isə sərbəstdir. Antennada durğun elektromaqnit dalğaları yaranır. Eelektromaqnit dalğanın məftildəki sürəti onun boşluqdakı sürətinə bərabərdir. Vericinin şüalandırdığı dalğaların periodu B2 də tapdığınız T perioduna bərabərdir.

- B.4** What is the optimal value of s assuming that it cannot exceed 1 km? 0.6pt
s-in optimal uzunluğunu tapın. Qəbul edin ki bu uzunluq 1 km-i keçmir.

Part C. Bistable non-linear elements in biology: neuristor -Hissə C:-Biologiyada qeyri stabil qeyri xətti elementlər: Neuristor(2 points)

In this part of the problem, we consider an application of bistable non-linear elements to modeling of biological processes. A neuron in a human brain has the following property: when excited by an external signal, it makes one single oscillation and then returns to its initial state. This feature is called excitability. Due to this property, pulses can propagate in the network of coupled neurons constituting the nerve systems. A semiconductor chip designed to mimic excitability and pulse propagation is called a *neuristor* (from neuron and transistor).

We attempt to model a simple neuristor using a circuit that includes the non-linear element X that we investigated previously. To this end, the voltage \mathcal{E} in the circuit of Fig. 3 is decreased to the value $\mathcal{E}' = 12.0$ V. The oscillations stop, and the system reaches its stationary state. Then, the voltage is rapidly increased back to the value $\mathcal{E} = 15.0$ V, and after a period of time τ (with $\tau < T$) is set again to the value \mathcal{E}' (see Fig. 4). It turns out that there is a certain critical value τ_{crit} , and the system shows qualitatively different behavior for $\tau < \tau_{\text{crit}}$ and for $\tau > \tau_{\text{crit}}$.

Bu hissədə qeyri stabil qeyri xətti elementlərin bioloji proseslərin modelləşdirilməsində istifadə edilməsinə baxacağıq. İnsan beynindəki neyron aşağıdakı xassələrə malikdir: xarici siqnalla həyəcanlaşdıqda o bir rəqs edir və əvvəlki tarazlıq vəziyyətinə qayıdır. Bu hadisə həyəcanlaşma adlanır. Bu həyəcanlaşmanın hesabına sinir sistemini əmələ gətirən neyronlar dövrəsində impuls yayıla bilər. Həyəcanlaşmanın və impulsun yayılmasını təqlid etmək üçün istifadə edilən yarımkeçirici çip *neuristor* adlanır.(neyron və transistorun ilk hecalarından)

Öyrəndiyimiz qeyri xətti X elementli dövrəsindən istifadə edərək sadə neuristoru modelləşdirməyə səy göstərək. Bu məqsədlə Şəkil-3 də verilən dövrədə gərginliyi $\mathcal{E}' = 12.0$ V-a qədər azaldaq. Bu halda rəqslər kəsiləcək və sistem stasionar hala gələcək. Sonra gərginliyi ani olaraq $\mathcal{E} = 15.0$ V-a qədər artıracağıq. τ müddətindən sonra ($\tau < T$) yenidən \mathcal{E}' verəcəyik. (Şəkil-4-ə bax). τ -un elə bir τ_{crit} böhran qiyməti var ki, $\tau < \tau_{\text{crit}}$ olduqda və $\tau > \tau_{\text{crit}}$ sistem tamamilə fərqli xassələr göstərir.

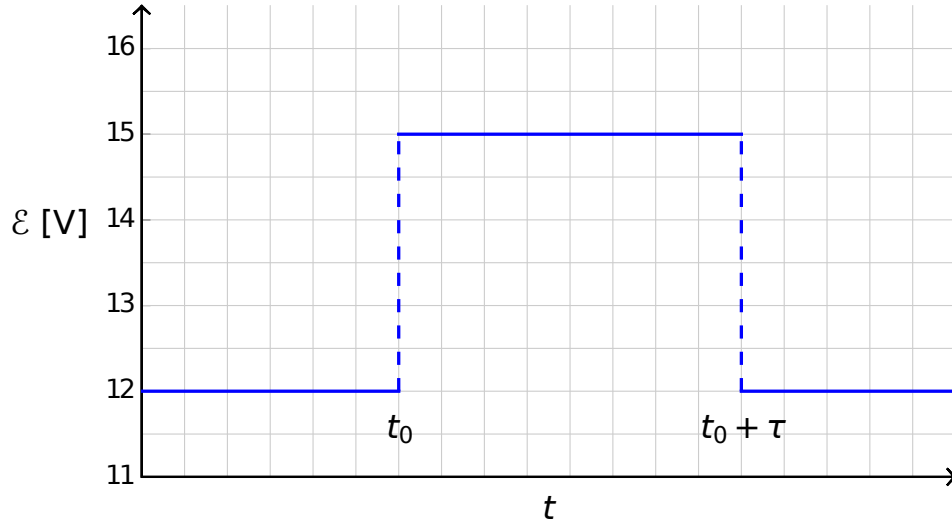


Figure 4: Voltage of the voltage source as a function of time.

Şəkil-4: Gərginlik mənbəyinin zamandan asılı olaraq qərginliyi.

C.1 Sketch the graphs of the time dependence of the current $I_X(t)$ on the non-linear element X for $\tau < \tau_{\text{crit}}$ and for $\tau > \tau_{\text{crit}}$. 1.2pt
 $\tau < \tau_{\text{crit}}$ və $\tau > \tau_{\text{crit}}$ olduqda X elementindən keçən $I_X(t)$ cərəyanının zamandan asılılığını tapın.

C.2 Find the expression and the numerical value of the critical time τ_{crit} for which the scenario switches. 0.6pt
Sistemin halının dəyişməsi baş verən τ_{crit} -in ifadəsini və ədədi qiymətini tapın.

C.3 Is the circuit with $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s a neuristor? 0.2pt
 $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s zamanlı sxem neuristor ola bilərmi?