

Nelinearna dinamika u električnim kolima (10 poena)

Molimo vas da prije nego počnete sa izradom zadatka pročitate opšte upute koje su date u odvojenoj koverti.

Uvod

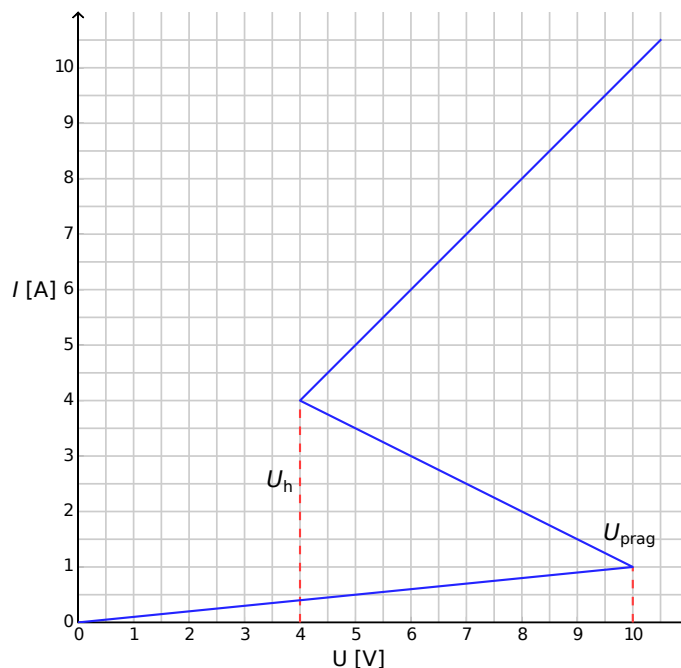
Bistabilni nelinearni poluprovodnički elementi (npr. tiristori) se naširoko koriste u elektronici kao prekidači i generatori elektromagnetnih oscilacija. Primarna upotreba tiristora je kontrolisanje naizmjeničnih struja u energetskej elektronici, npr. "peglanje" AC struje u DC struju pri megavatnim skalama snage. Bistabilni elementi mogu se koristiti za modeliranje fenomena samoorganizacije u fizici (dio B), u biologiji (dio C) te u drugim oblastima moderne nauke o nelinearnosti.

Ciljevi zadatka

Ispitivanje nestabilnosti i netrivialne dinamike kola koja sadrže elemente sa nelinearnim $I - V$ karakteristikama. Ispitivanje upotrebe takvih električnih kola u inženjeringu i modeliranju bioloških sistema.

Dio A. Stacionarna stanja i nestabilnosti (3 poena)

Slika 1 pokazuje $I - V$ karakteristiku **oblika slova S** za nelinearni element X , tj. vezu između pada napona na elementu i jačine struje kroz njega. U rasponu napona između $U_h = 4.00$ V (početni napon, holding voltage) i $U_{\text{prag}} = 10.0$ V (napon praga, threshold voltage) ova $I - V$ karakteristika ima više vrijednosti. Radi jednostavnosti, kriva na Slici 1 je sastavljena od linearnih dijelova (svaki dio je prava linija). Obratite pažnju na to da gornja grana dodiruje ishodište ako se produži. Opisana aproksimacija daje dobar opis stvarnih tiristora.



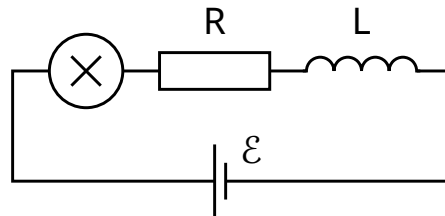
Slika 1: $I - V$ karakteristika nelinearnog elementa X .

- A.1** Koristeći grafik, odredite otpor R_{on} elementa X na gornjoj grani $I - V$ karakteristike, i otpor R_{off} na donjoj grani, respektivno. Srednja grana je opisana jednačinom 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Odredite vrijednosti parametara I_0 i R_{int} .

Element X povezan je serijski (vidi Sliku 2) sa otpornikom R , idealnom zavojnicom L i idealnim naponskim izvorom \mathcal{E} . Za kolo kažemo da je u stacionarnom stanju ako se struja ne mijenja sa vremenom, $I(t) = \text{const.}$



Slika 2: Kolo sa elementom X , otpornikom R , idealnom zavojnicom L i izvorom napona \mathcal{E} .

- A.2** Koliko je mogućih stacionarnih stanja za kolo na Slici 2 pri nekoj vrijednosti \mathcal{E} kada je $R = 3.00 \Omega$? Kako se odgovor mijenja kada je $R = 1.00 \Omega$? 1pt

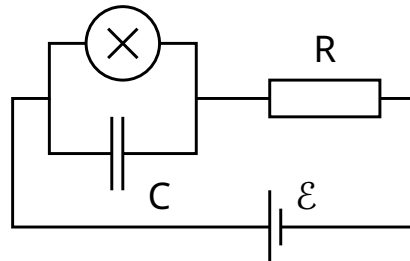
- A.3** Neka je $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ i $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ u kolu na Slici 2. Odredite vrijednosti struje I_{stac} i napona V_{stac} na linearnom elementu u odgovarajućem stacionarnom stanju. 0.6pt

Neka je kolo na Slici 2 u stacionarnom stanju sa $I(t) = I_{\text{stac}}$. Za ovo stacionarno stanje kažemo da je stabilno ako se nakon male promjene (povećanja ili smanjenja struje) vrijednost struje vremenom vraća nazad prema ravnotežnoj vrijednosti. Ako se pak sistem vremenom udaljuje od stacionarnog stanja, kažemo da je stacionarno stanje nestabilno.

- A.4** Iskoristite numeričke rezultate dijela **A.3** da bi ispitili stabilnost stacionarnog stanja za koje je $I(t) = I_{\text{stac}}$. Da li je ovo stacionarno stanje stabilno ili nestabilno? 1pt

Dio B. Bistabilni nelinearni elementi u fizici: radio odašiljač (5 poena)

Sada ćemo ispitati drugu konfiguraciju kola (vidi Sliku 3). Sada je linearni element X paralelno povezan sa kondenzatorom kapaciteta $C = 1.00 \mu\text{F}$. Oni zajedno su onda povezani serijski sa otpornikom otpora $R = 3.00 \Omega$ i idealnim izvorom konstantnog napona $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. U ovom kolu javljaju se oscilacije struje/napona, gdje nelinearni element X skače sa jedne grane $I - V$ karakteristike na drugu granu tokom jednog perioda.



Slika 3: Kolo sa elementom X , kondenzatorom C , otpornikom R i izvorom napona \mathcal{E} .

- | | | |
|------------|--|-------|
| B.1 | Nacrtajte ciklus oscilacija na $I - V$ grafiku, uključujući i smjer oscilacija napona/struje (u smjeru kazaljke na satu ili suprotno kazaljci). Obavezno objasnite svoj odgovor jednačinama i skicama / graficima. | 1.8pt |
| B.2 | Nađite izraze za vremena t_1 i t_2 koje sistem provede na svakoj grani $I - V$ grafika tokom jednog perioda oscilacija. Odredite njihove numeričke vrijednosti. Nađite numeričku vrijednost perioda oscilacija T . Pretpostavite da je vrijeme potrebno za skok između grana $I - V$ grafika zanemarivo. | 1.9pt |
| B.3 | Procijenite prosječnu snagu koja se oslobodi u nelinearnom elementu tokom jednog perioda oscilacija. Dovoljno je dati procjenu reda veličine snage. | 0.7pt |

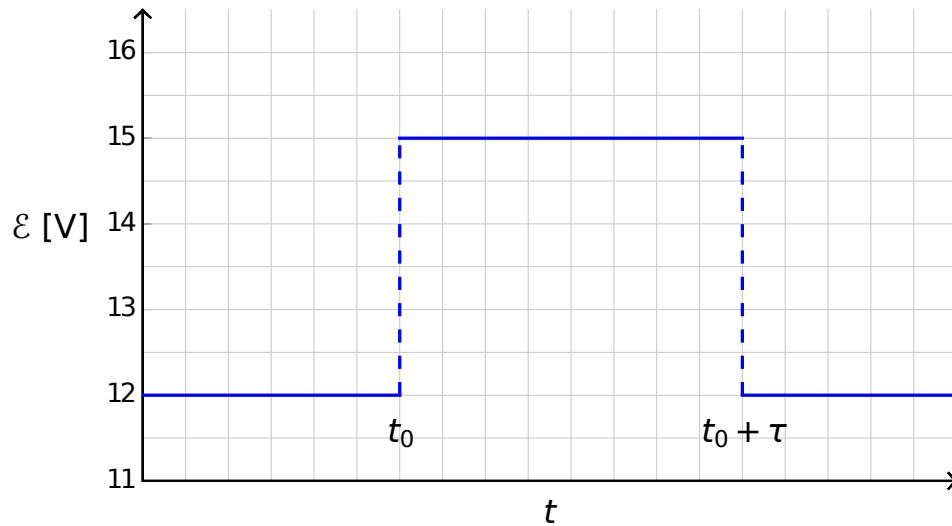
Kolo na Slici 3 sada koristimo da napravimo radio odašiljač. Da bi ovo uradili, jedan kraj linearne antene (duga ravna žica) dužine s fiksiramo za element X . Drugi kraj žice je slobodan za oscilovanje. U anteni se formira elektromagnetni stojeći talasi. Brzina elektromagnetnog talasa duž antene je ista kao u vakuumu. Odašiljač koristi osnovni harmonik sistema, koji ima period jednak periodu T iz dijela **B.2**

- | | | |
|------------|---|-------|
| B.4 | Kolika je optimalna dužina antene s , pretpostavljajući da ona mora biti manja od 1 km? | 0.6pt |
|------------|---|-------|

Dio C. Bistabilni nelinearni elementi u biologiji: neuristor (2 poena)

U ovom dijelu problema, razmatrati ćemo primjenu bistabilnih nelinearnih elemenata u modeliranju bioloških procesa. Neuron u ljudskom mozgu ima sljedeće osobine: pri pobudi vanjskim signalom dovoljne snage, napravi jednu oscilaciju, i onda se vraća u početno stanje. Ova osobina neurona zove se pobudivost. Zbog ove osobine, pulsevi se mogu širiti u mreži vezanih neurona koji čine nervne sistem. Poluprovodnički čip dizajniran tako da oponaša osobinu pobudivosti i širenje signala zove se neuristor (od neuron i tranzistor).

Modelirati ćemo jednostavni neuristor pomoću kola koje sadrži nelinearni element X kojim smo se ranije bavili. Za početak, napon \mathcal{E} u kolu na Slici 3 je smanjen na vrijednost $\mathcal{E}' = 12.0$ V. Oscilacije se tada zaustave i sistem dostiže svoje stacionarno stanje. Nakon toga, napon se naglo vrati nazad na vrijednost $\mathcal{E} = 15.0$ V, i onda nakon kratkog vremena pobude τ (gdje je $\tau < T$, perioda iz dijela B.2) ponovo vrati na vrijednost \mathcal{E}' (vidi Sliku 4). Analizom ponašanja kola dobija se da postoji kritična vrijednosti vremena pobude τ_{crit} , i da se sistem kvalitativno drugačije ponaša za $\tau < \tau_{\text{crit}}$ i $\tau > \tau_{\text{crit}}$.



Slika 4: Napon izvora napona u zavisnosti od vremena.

- | | | |
|------------|---|-------|
| C.1 | Skicirajte grafike zavisnosti $I_X(t)$, struje kroz nelinearni element X od vremena za vremena pobude $\tau < \tau_{\text{crit}}$ i za $\tau > \tau_{\text{crit}}$. | 1.2pt |
| C.2 | Nađite izraz i numeričku vrijednost za kritično vrijeme pobude τ_{crit} za koje se mijenja ponašanje kola. | 0.6pt |
| C.3 | Da li se za dato vrijeme pobude $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s kolo ponaša kao neuristor? | 0.2pt |