

## Dinámica No Lineal en Circuitos Eléctricos (10 puntos)

Por favor lea las instrucciones generales del sobre adjunto antes de comenzar a resolver este problema.

### Introducción

Los elementos semiconductores bi-estables no lineales (p. ej. tiristores) son muy utilizados en electrónica como interruptores y generadores de oscilaciones electromagnéticas. El campo primario de aplicación de los tiristores es el control de corrientes alternas en electrónica de potencia, por ejemplo en la rectificación de corrientes AC a DC en la escala de los megavatios. Los elementos biestables pueden servir también como sistemas modelo para fenómenos de auto-organización en física (tópico cubierto en la parte B del problema), biología (ver la parte C) y otros campos de ciencia no lineal moderna.

### Objetivos

Estudiar inestabilidades y dinámica no trivial de circuitos incluyendo elementos con características  $I - V$  no lineales.

Descubrir potenciales aplicaciones de tales circuitos en ingeniería y en modelos de sistemas biológicos.

### Parte A. Estados estacionarios e inestabilidades (3 puntos)

La Fig 1. muestra la denominada **forma S** de las características  $I - V$  de un elemento no lineal  $X$ . En el rango de voltaje entre  $U_h = 4V$  (el voltaje de umbral inferior) y  $U_{th} = 10.0V$  (el voltaje de umbral superior) la característica  $I - V$  es multivaluada. Por simplicidad, el gráfico en la Fig. 1 fue escogido lineal por partes (cada rama de la "curva" es una línea recta). Esta aproximación constituye una descripción adecuada de tiristores reales.

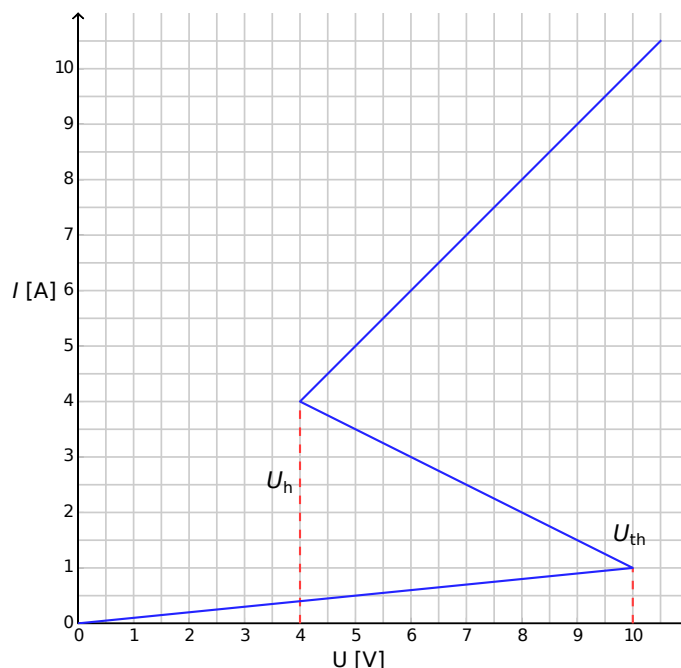


Figura 1: Características  $I - V$  del elemento no lineal  $X$ .

- A.1** Usando el gráfico, determine la resistencia  $R_{on}$  del elemento  $X$  en la rama superior de la curva  $I - V$ , y la resistencia  $R_{off}$  de la rama inferior. La rama intermedia está descrita por la ecuación 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{int}}. \quad (1)$$

Encuentre los valores de los parámetros  $I_0$  y  $R_{int}$ .

El elemento  $X$  está conectado en serie (ver Fig. 2) con un resistor  $R$ , un inductor  $L$  y una fuente de voltaje ideal  $\mathcal{E}$ . Se dice que el circuito se encuentra en un estado estacionario si la corriente es constante en el tiempo,  $I(t) = \text{const.}$

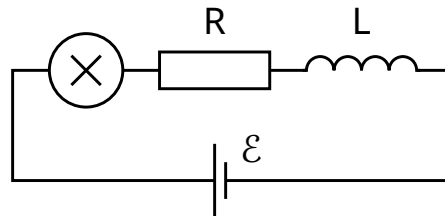


Figura 2: Circuito con elemento  $X$ , resistor  $R$ , inductor  $L$  y fuente de voltaje  $\mathcal{E}$ .

- A.2** ¿Cuál es el número de estados estacionarios posibles para el circuito de la Fig. 2 para un valor fijo de  $\mathcal{E}$  y con  $R = 3.00\Omega$ ? ¿Cómo cambia la respuesta para  $R = 1.00\Omega$ ? 1pt

- A.3** Sean  $R = 3.00\Omega$ ,  $L = 1.00\mu H$  y  $\mathcal{E} = 15.0V$  en el circuito mostrado en la fig. 2. Determine los valores de la corriente  $I_{estacionario}$  y el voltaje  $V_{estacionario}$  en el elemento no lineal  $X$  en el estado estacionario. 0.6pt

El circuito en la Fig. 2 está en su estado estacionario con  $I(t) = I_{estacionario}$ . Se dice que este estado estacionario es estable si ante un pequeño desplazamiento (aumento o disminución de la corriente), la corriente retorna hacia el estado estacionario. Si el sistema se continúa alejando del estado estacionario se dice que es inestable.

- A.4** Use los valores numéricos de la pregunta **A.3** para estudiar la estabilidad del estado estacionario con  $I(t) = I_{estacionario}$ . ¿Es estable o inestable? 1pt

## Parte B. Elementos no lineales bi-estables en física: el radiotransmisor (5 points)

Ahora investigamos una nueva configuración del circuito (ver Fig. 3). En este caso, el elemento no lineal  $X$  está conectado en paralelo a un capacitor con capacitancia  $C = 1.00\mu F$ . Este bloque está conectado en serie a un resistor con resistencia  $R = 3.00\Omega$  y a una fuente de voltaje ideal con  $\mathcal{E} = 15.0V$ . Resulta que este circuito exhibe oscilaciones con el elemento no lineal  $X$  saltando de una rama de la curva  $I - V$  a otra en el transcurso de un ciclo.

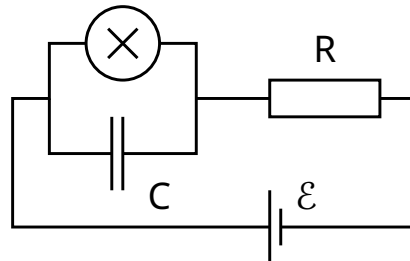


Figura 3: circuito con elemento  $X$ , capacitor  $C$ , resistor  $R$  y fuente de voltaje  $\mathcal{E}$ .

- |            |   |       |
|------------|---|-------|
| <b>B.1</b> | Dibujar el ciclo de oscilación sobre el gráfico $I - V$ , incluyendo su dirección (horaria o antihoraria). Justifique su respuesta con ecuaciones y dibujos.  | 1.8pt |
| <b>B.2</b> | Encuentre expresiones para los tiempos $t_1$ y $t_2$ que el sistema pasa en cada rama de la curva $I - V$ durante el ciclo de oscilación. Determine sus valores numéricos. Encuentre el valor numérico del período de oscilación $T$ asumiendo que el tiempo de los saltos entre ramas de la curva $I - V$ es despreciable. | 1.9pt |
| <b>B.3</b> | Estime la potencia promedio, $P$ , disipada por el elemento no lineal durante el curso de una oscilación. Una estimación del orden de magnitud es suficiente.   | 0.7pt |

El circuito en la Fig. 3 es usado para construir un radio transmisor. Para esto, el elemento  $X$  es conectado al extremo de una antena lineal (un alambre largo y recto) de longitud  $s$ . El otro extremo del alambre está libre. En la antena, se establece una onda electromagnética estacionaria. La rapidez de ondas electromagnéticas en la antena es la misma que en el vacío. El transmisor está utilizando el armónico fundamental del sistema, que tiene el período  $T$  de la pregunta **B.2**.

- |            |  |       |
|------------|--|-------|
| <b>B.4</b> | ¿Cuál es el valor óptimo de $s$ asumiendo que no puede exceder 1 km? | 0.6pt |
|------------|--|-------|

### Parte C. Elementos no lineales bi-estables en biología: el neuristor (2 points)

En esta parte del problema consideramos una aplicación de elementos no lineales bi-estables en modelos de procesos biológicos. Una neurona en un cerebro humano tiene la siguiente propiedad: cuando es excitada por una señal externa, realiza una sola oscilación y luego regresa a su estado inicial. Esto se denomina excitabilidad. Debido a esta propiedad, los pulsos pueden propagarse dentro de la red de neuronas acopladas que constituyen el sistema nervioso. Un chip semiconductor diseñado para reproducir excitabilidad y propagación de pulsos se llama neuristor (neurona y transistor).

Intentamos modelar un neuristor simple usando un circuito que incluye el elemento no lineal  $X$  que hemos investigado previamente. Para esto, el voltaje  $\mathcal{E}$  en el circuito de la Fig. 3 es disminuido al valor  $\mathcal{E}' = 12.0V$ . Las oscilaciones se detienen y el sistema alcanza su estado estacionario. El voltaje es entonces incrementado de manera súbita de vuelta al valor  $\mathcal{E} = 15.0V$ , y luego de un período de tiempo  $\tau$ , el voltaje vuelve al valor  $\mathcal{E}'$  (ver Fig. 4). Resulta que existe cierto valor crítico  $\tau_{crítico}$  y que el sistema muestra un comportamiento cualitativamente diferente para  $\tau < \tau_{crítico}$  y  $\tau > \tau_{crítico}$ .

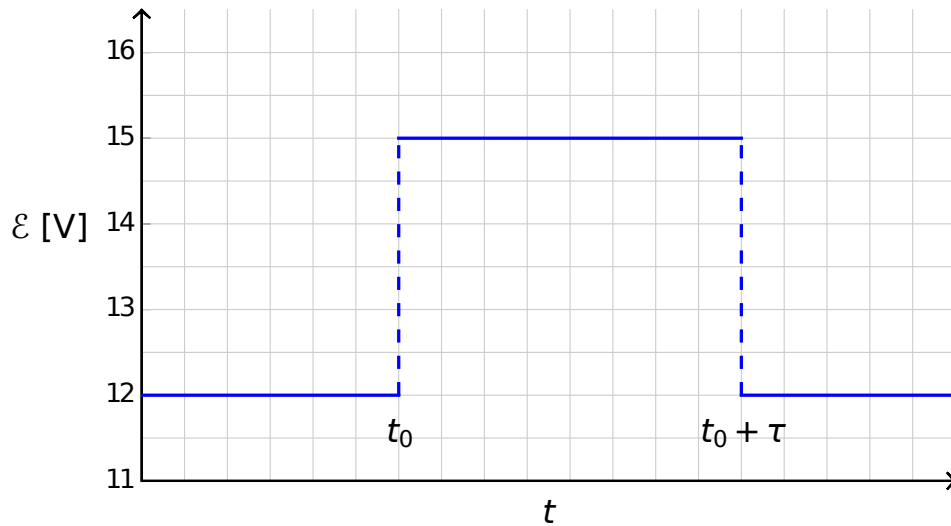


Figura 4: Voltaje de la fuente de voltaje como función del tiempo.

- |            |   |       |
|------------|---|-------|
| <b>C.1</b> | Dibuje gráficos para la dependencia temporal de la corriente $I_X(t)$ en el elemento no lineal $X$ para $\tau < \tau_{\text{critico}}$ y $\tau > \tau_{\text{critico}}$ . | 1.2pt |
| <b>C.2</b> | Encuentre la expresión y el valor numérico del tiempo crítico $\tau_{\text{critico}}$ para el cual se tiene un cambio de comportamiento.                                  | 0.6pt |
| <b>C.3</b> | ¿Es el circuito con $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ un neuristor?  | 0.2pt |