

## Dinâmica não linear em circuitos elétricos (10 pontos)

Por favor, leia as instruções gerais no envelope separado antes de iniciar este problema.

### Introdução

Elementos semicondutores biestáveis não lineares (por exemplo thyristores) são largamente utilizados em eletrônica como chaves e geradores de oscilações eletromagnéticas. O principal campo de aplicação dos thyristores é no controle de correntes alternadas em eletrônica de potência, por exemplo a retificação de correntes AC para DC na escala de megawatt. Elementos biestáveis também podem servir como modelos para fenômenos auto-organizados em Física (este tópico será abordado na parte B do problema), Biologia (veja a parte C) e em outros campos das ciências não lineares modernas.

### Metas

Estudar instabilidades e a dinâmica não trivial de circuitos que possuem elementos com características I-V não lineares. Descobrir possíveis aplicações destes circuitos em engenharia e no modelamento de sistemas biológicos.

### Parte A. Estados estacionários e instabilidades (3 pontos)

A fig. 1 mostra o que chamamos de **formato-S** da característica  $I - V$  de um circuito com um elemento não linear  $X$ . Na região de voltagem entre  $U_h = 4,00V$  (tensão de corte) e  $U_{th} = 10,0V$  (tensão limite) esta característica  $I - V$  possui inúmeros valores. Por simplicidade, o gráfico na fig. 1 foi escolhido como um conjunto linear por partes (cada ramo é uma linha reta). Em particular, alinha no ramo superior toca a origem se for estendida. Esta aproximação fornece uma boa descrição de thyristores reais.

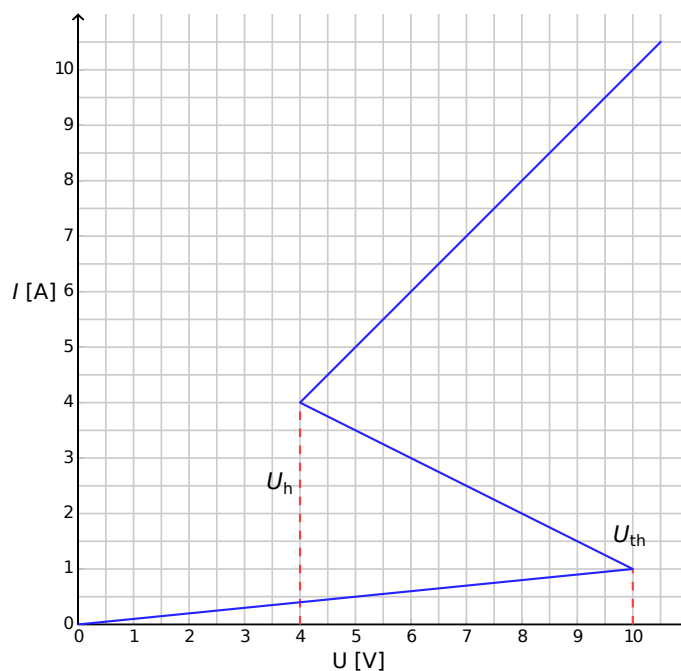


Figura 1: Característica I-V do elemento não linear X.

- A.1** Utilizando o gráfico, determine a resistência  $R_{\text{on}}$  do elemento  $X$  no ramo superior da curva  $I - V$  e  $R_{\text{off}}$  do ramo inferior, respectivamente. O ramo do meio é descrito pela equação 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Encontre os valores dos parâmetros  $I_0$  e  $R_{\text{int}}$ .

O elemento  $X$  é conectado em série (veja a fig. 2) com um resistor  $R$ , um indutor  $L$  e uma fonte ideal de voltagem  $\mathcal{E}$ . Diz-se que o circuito está num estado estacionário se a corrente é constante no tempo,  $I(t) = \text{const.}$

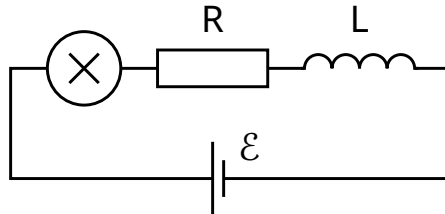


Figura 2: Circuito com o elemento  $X$ , um resistor  $R$ , um indutor  $L$  e uma fonte de voltagem  $\mathcal{E}$ .

- A.2** Quais são os possíveis números de estados estacionários que o circuito da fig. 2 pode possuir para um valor fixo de  $\mathcal{E}$  e para  $R = 3,00\Omega$ ? Como a sua resposta muda para  $R = 1,00\Omega$ ? 1pt

- A.3** Sejam dados  $R = 3,00\Omega$ ,  $L = 1,00\mu\text{H}$  e  $\mathcal{E} = 15,0\text{V}$  no circuito dado na fig. 2. Determine os valores da corrente  $I_{\text{stationary}}$  e da voltagem  $V_{\text{stationary}}$  no elemento não linear  $X$  para o estado estacionário. 0.6pt

O circuito na fig. 2 está no estado estacionário com  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . Este estado estacionário é dito estável se após um pequeno deslocamento (aumento ou diminuição da corrente), a corrente retorna ao seu valor estacionário. E se o sistema continuar se movendo para longe do estado de equilíbrio, ele é dito instável.

- A.4** Utilize os valores numéricos do item **A.3** e estude a estabilidade do estado estacionário com  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . O estado é estável ou instável? 1pt

## Parte B. Elementos não lineares biestáveis em Física: transmissor de rádio (5 pontos)

Agora iremos investigar uma nova configuração do circuito (veja a fig. 3). Desta vez, o elemento não linear  $X$  está conectado em paralelo a um capacitor de capacitância  $C = 1,00\mu\text{F}$ . Este bloco é então conectado em série a um resistor de resistência  $R = 3,00\Omega$  e a uma fonte de voltagem ideal  $\mathcal{E} = 15,0\text{V}$ . Observa-se que este circuito executa oscilações com o elemento não linear  $X$  saltando de um ramo na curva característica  $I - V$  para outro ramo no curso de um ciclo completo.

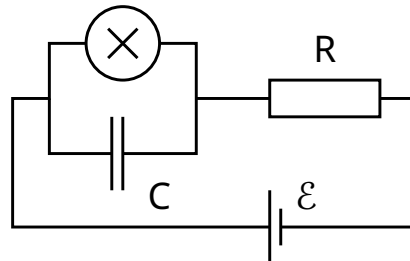


Figura 3: Circuito com o elemento  $X$ , um capacitor  $C$ , um resistor  $R$  e uma fonte de voltagem  $\mathcal{E}$ .

**B.1** Desenhe um ciclo de oscilação no gráfico de  $I - V$ , inclua a direção (sentido horário ou anti-horário) do ciclo. Justifique sua resposta com equações e desenhos. 1.8pt

**B.2** Encontre as expressões para os tempos  $t_1$  e  $t_2$  que o sistema passa (permanece) em cada ramo do gráfico  $I-V$  durante uma oscilação do ciclo. Determine seus valores numéricos. Encontre o valor numérico do período de oscilação  $T$  assumindo que o tempo necessário para os saltos entre os ramos do gráfico  $I - V$  seja desprezível. 1.9pt

**B.3** Estime a potência média  $P$  dissipada pelo elemento não linear no curso de um período completo de oscilação. A ordem de magnitude já é o suficiente. 0.7pt

O circuito na fig. 3 é utilizado para construir um rádio transmissor. Com esta proposta, o elemento  $X$  é fixado na extremidade de uma antena linear (um longo fio linear) de comprimento  $s$ . A outra extremidade do fio está livre. Na antena, uma onda eletromagnética estacionária é formada. A velocidade da onda eletromagnética ao longo da antena é a mesma que no vácuo. O transmissor utiliza o primeiro harmônico do sistema, que possui o período  $T$  do item **B.2**.

**B.4** Qual é o valor ideal de  $s$  assumindo que ele não pode exceder  $1km$ ? 0.6pt

### Parte C. Elementos não lineares biestáveis em biologia: um neuristor (2 pontos)

Nesta parte do problema, consideramos uma aplicação dos de elementos não lineares biestáveis no modelamento de processos biológicos. Um neurônio no cérebro humano tem a seguinte propriedade: quando excitado por uma fonte externa, ele executa uma oscilação simples e então volta a seu estado inicial. Esta característica é chamada de excitabilidade. Devido a esta propriedade, pulsos podem se propagar numa rede de neurônios acoplados que constituem o sistema nervoso. Um chip semiconductor desenvolvido para simular a excitabilidade e a propagação dos pulsos é chamado de *neuristor* (dos termos neurônio e transistor).

Temos o objetivo de modelar um neuristor simples utilizando um circuito que inclua o elemento não linear  $X$  que investigamos previamente. Com esta finalidade, a voltagem  $\mathcal{E}$  no circuito da fig. 3 é diminuída para um valor  $\mathcal{E}' = 12,0V$ . As oscilações param, e o sistema atinge o estado estacionário. Então, a voltagem é rapidamente aumentada para o valor  $\mathcal{E} = 15.0 V$ , e após um período de tempo  $\tau$  (com  $\tau < T$ ) é novamente mudada para o valor  $\mathcal{E}'$  (veja a fig. 4). Observa-se que há um certo valor crítico  $\tau_{crit.}$ , e que

o sistema apresenta diferentes comportamentos para  $\tau < \tau_{\text{crit}}$  e para  $\tau > \tau_{\text{crit}}$ .

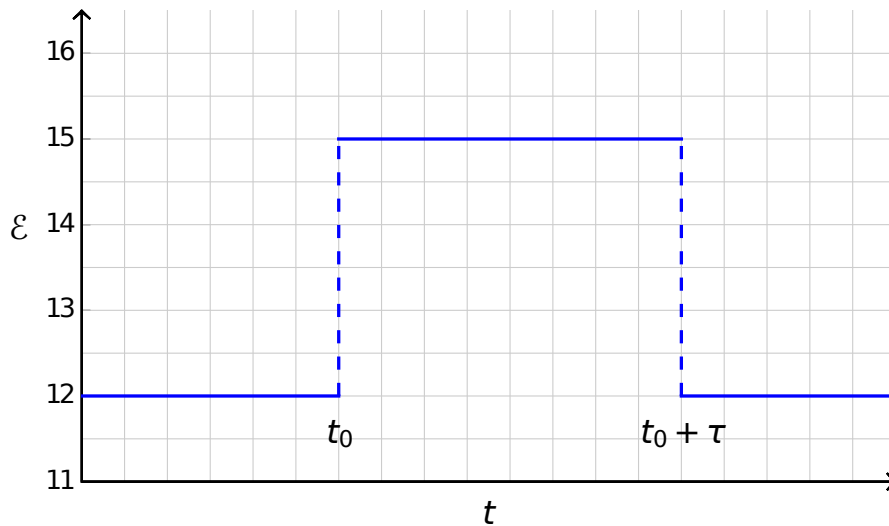


Figura 4: Tensão da fonte de tensão como função do tempo.

- |            |  |       |
|------------|--|-------|
| <b>C.1</b> | Esboce os gráficos da dependência temporal da corrente $I_X(t)$ do elemento não linear $X$ para $\tau < \tau_{\text{crit}}$ e para $\tau > \tau_{\text{crit}}$ . | 1.2pt |
| <b>C.2</b> | Encontre a expressão e o valor numérico para o valor do tempo crítico $\tau_{\text{crit}}$ para o qual os cenários, comportamentos, mudam.                       | 0.6pt |
| <b>C.3</b> | O circuito com $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s é um neuristor?  | 0.2pt |