

Dynamique non-linéaire dans les circuits électriques (10 points)

Veuillez lire les instructions générales situées dans l'enveloppe séparée avant de commencer.

Introduction

Les éléments semi-conducteurs non-linéaires bistables (p.ex. thyristors) sont largement utilisés en électronique comme commutateurs et générateurs d'oscillations électromagnétiques. Le champ d'application principal des thyristors est le contrôle de courants alternatifs en électronique de puissance, par exemple pour redresser des courants alternatifs (AC) en courants continus (DC), pour des puissances de l'ordre du mégawatt. Les éléments bistables peuvent aussi servir de modèles pour l'auto-organisation en physique (ce sujet est abordé en partie B du problème), en biologie (partie C) et dans les autres champs des sciences non-linéaires modernes.

Buts

Étudier les instabilités et la dynamique complexe des circuits incluant des éléments dont la caractéristique $I - V$ est non-linéaire.

Découvrir des applications possibles de tels circuits en ingénierie et en modélisation de systèmes biologiques.

Partie A. Etats stationnaires et instabilités. (3 points)

La Fig. 1 montre la caractéristique $I - V$ dite **en forme de "S"** d'un élément non-linéaire X . Dans la gamme de tensions comprises entre $U_h = 4.00$ V (tension de maintien) et $U_{th} = 10.0$ V (tension seuil) cette caractéristique $I - V$ a plusieurs valeurs. Le graphe de la figure 1 qui est linéaire par morceaux (chaque branche est un segment de droite). En particulier, la demi-droite de la branche supérieure passe par l'origine lorsqu'elle est prolongée. Cette approximation donne une bonne description des thyristors réels.

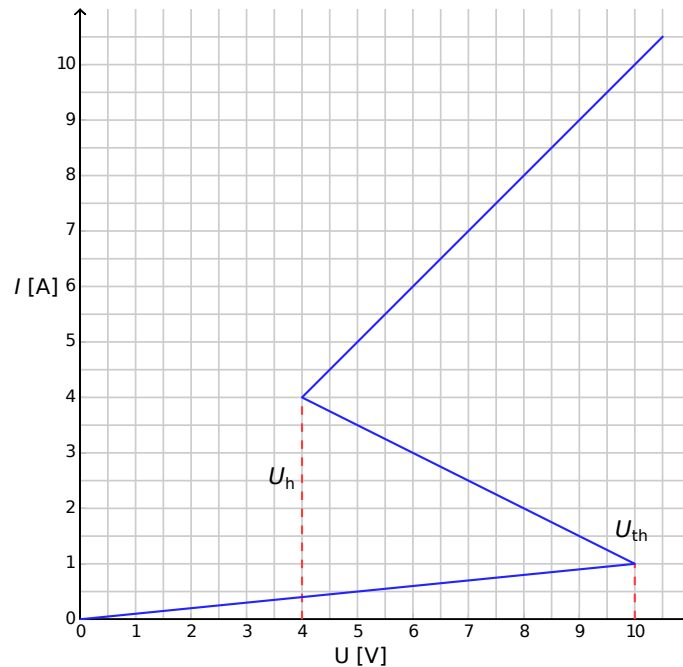


Figure 1 : Caractéristique $I - V$ d'un élément non-linéaire X .

- A.1** A partir du graphe, déterminez la résistance R_{on} de l'élément X modélisant la branche supérieure de la caractéristique $I - V$, ainsi que la résistance R_{off} pour la branche inférieure. La branche du milieu est décrite par l'équation 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Trouvez les valeurs des paramètres I_0 et R_{int} .

L'élément X est branché en série (voir Fig. 2) avec une résistance R , une inductance L et une source de tension idéale \mathcal{E} (résistance interne nulle). On dit que le circuit est dans un état stationnaire si le courant reste constant au cours du temps, $I(t) = \text{const.}$

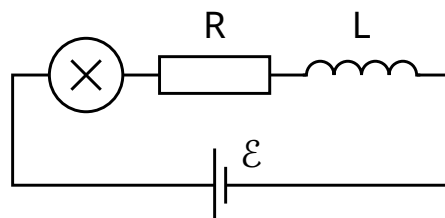


Figure 2 : Circuit avec l'élément X , la résistance R , l'inductance L et la source de tension \mathcal{E} .

A.2 Quel est le nombre possible d'états stationnaires que le circuit de la figure 2 peut présenter pour une valeur fixe de \mathcal{E} et pour $R = 3.00 \Omega$? Qu'en est-il pour $R = 1.00 \Omega$? 1pt

A.3 Soient $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ et $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ pour le circuit de la figure 2. Déterminez les valeurs du courant I_{stat} et de la tension V_{stat} pour l'élément non-linéaire X dans l'état stationnaire. 0.6pt

Le circuit de la figure 2 est dans l'état stationnaire avec $I(t) = I_{\text{stat}}$. Cet état stationnaire est dit stable si, après une petite perturbation (augmentation ou diminution du courant), le courant retourne vers sa valeur à l'état stationnaire. Si au contraire le courant continue à s'écartier davantage de sa valeur à l'état stationnaire, cet état est dit *instable*.

A.4 Utilisez les valeurs numériques de la question **A.3** et étudiez la stabilité de l'état stationnaire avec $I(t) = I_{\text{stat}}$. Est-il stable ou instable? 1pt

Partie B. Éléments non-linéaires bistables en physique : transmetteur radio (5 points)

Nous étudions maintenant une nouvelle configuration de circuit (voir figure 3). Cette fois, l'élément non-linéaire X est connecté en parallèle à un condensateur de capacité $C = 1.00 \mu\text{F}$. Ce bloc est ensuite connecté en série à une résistance $R = 3.00 \Omega$ et à une source de tension constante idéale $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Il apparaît que ce circuit se met à osciller et que l'élément non-linéaire X saute d'une branche de sa caractéristique $I - V$ à une autre au cours du cycle de l'oscillation.

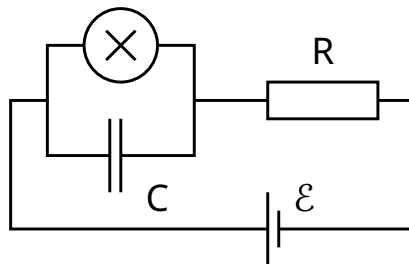


Figure 3 : Circuit avec l'élément X , le condensateur C , la résistance R et la source de tension \mathcal{E} .

B.1 Dessinez le cycle d'oscillation sur le graphe $I - V$ en indiquant le sens de parcours au cours du temps (horaire ou anti-horaire). Justifiez votre réponse par des équations et des schémas. 1.8pt

B.2 Trouvez les expressions pour les temps de parcours t_1 et t_2 de chaque branche du graphe $I - V$ durant un cycle d'oscillation. Déterminez leurs valeurs numériques. Trouvez la valeur numérique d'une période d'oscillation T en admettant que le temps nécessaire pour les sauts entre les branches du graphe $I - V$ est négligeable. 1.9pt

B.3 Estimez la puissance moyenne P dissipée par l'élément non-linéaire au cours d'une oscillation. Un ordre de grandeur est suffisant. 0.7pt

Le circuit de la figure 3 est utilisé pour construire un transmetteur radio. Pour cela, l'élément X est attaché au bout d'une antenne (un long fil rectiligne) de longueur s . Par contre, l'autre extrémité du fil est libre. Dans l'antenne se forme une onde électromagnétique stationnaire. La vitesse des ondes électromagnétiques dans l'antenne est la même que dans le vide. L'antenne du transmetteur fonctionne dans le mode fondamental qui correspond à la période T de la question **B.2**.

B.4 Quelle est la valeur optimale de s en admettant qu'elle ne peut dépasser 1 km? 0.6pt

Partie C. Éléments non-linéaires bistables : le neuristor (2 points)

Dans cette partie du problème, nous nous intéressons à l'application des éléments non-linéaires bistables à la modélisation de processus biologiques. Un neurone dans le cerveau humain a la propriété suivante : excité par un signal externe, il effectue une seule oscillation et retourne ensuite dans son état initial. Cette propriété est appelée excitabilité. Grâce à cette propriété, des impulsions peuvent se propager dans le réseau de neurones interconnectés constituant le système nerveux. Une puce semi-conductrice construite pour imiter l'excitabilité et la propagation d'impulsion est appelée un *neuristor* (de neurone et transistor).

Nous essayons de modéliser un simple neuristor avec un circuit incluant l'élément non-linéaire X étudié précédemment. Pour cela, la tension \mathcal{E} sur le circuit de la figure 3 est diminuée à la valeur de $\mathcal{E}' = 12.0$ V. Les oscillations s'arrêtent, et le système atteint un état stationnaire. Ensuite, la tension est rapidement augmentée à la valeur de $\mathcal{E} = 15.0$ V. Après un temps τ (avec

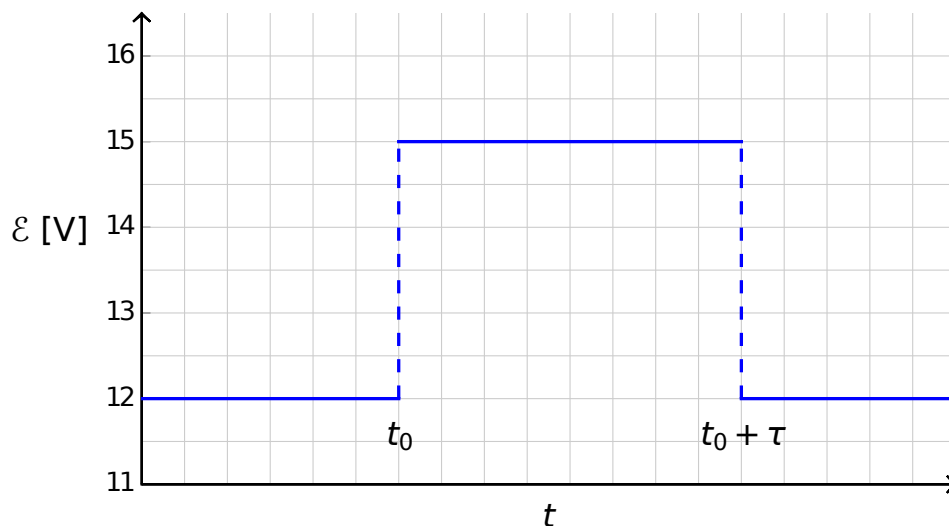


Figure 4 : tension de la source au cours du temps.

C.1 Esquissez les graphes de la dépendance temporelle du courant $I_X(t)$ de l'élément non-linéaire X pour $\tau < \tau_{\text{crit}}$ et pour $\tau > \tau_{\text{crit}}$. 1.2pt

C.2 Déterminez l'expression et la valeur numérique du temps critique τ_{crit} pour lequel le comportement du circuit change. 0.6pt

C.3 Le circuit avec $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s est-il un neuristor? 0.2pt