

## Dinámica No Lineal en Circuitos Eléctricos (10 puntos)

Por favor asegúrese de leer las instrucciones generales dentro del sobre adjunto antes de comenzar a resolver este problema.

### Introducción

Los elementos semiconductores no lineales biestables (p. ej. tiristores) son comúnmente utilizados en elementos electrónicos como interruptores y generadores de oscilaciones electromagnéticas. El campo primario de aplicación de tiristores es el control de corrientes alternas en electrónica de potencia, como por ejemplo en la rectificación de corrientes AC a DC en la escala de megavatios. Los elementos biestables también son utilizados como sistemas modelo para fenómenos que presentan auto-organización tanto en física (tópico de la parte B del problema) como en biología (parte C) y otros campos de la ciencia no lineal moderna.

### Objetivos

Estudiar inestabilidades y dinámica no lineal de circuitos que incluyen elementos con características  $I-V$  no lineales.

Descubrir aplicaciones potenciales de tales circuitos en el campo de la ingeniería, así como en el modelamiento de sistemas biológicos.

### Parte A. Estados estacionarios e inestabilidades (3 puntos)

La Fig 1. muestra la denominada **forma de S** de las características  $I-V$  de un elemento no lineal  $X$ . En el rango de voltaje entre  $U_h = 4V$  (el voltaje de umbral inferior) y  $U_{th} = 10.0 V$  (el voltaje de umbral superior) las características  $I-V$  se observan varios valores de intensidad. Por simplicidad, la Fig. 1 fue escogida lineal por partes (cada rama de la "curva" es una línea recta). En particular, la línea en la rama superior llega al origen si es extendida. Esta aproximación da lugar a una descripción adecuada de tiristores reales.

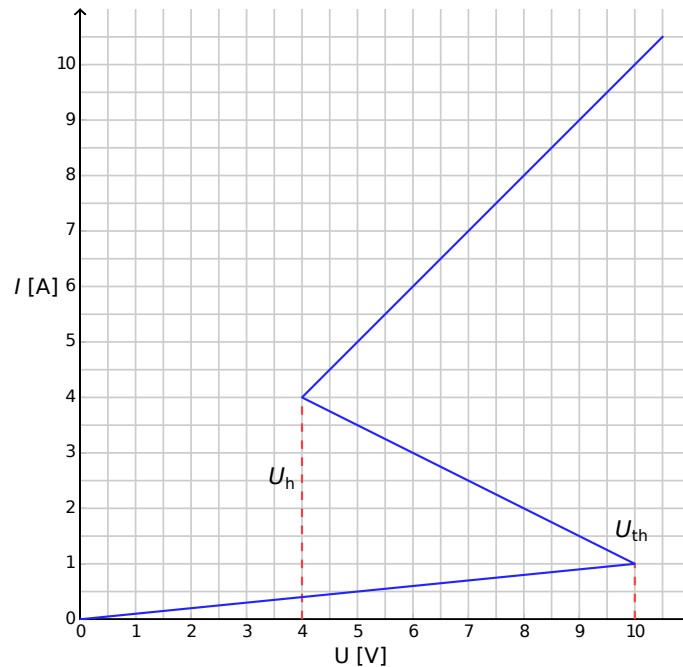


Figura 1: Características  $I - V$  del elemento no lineal  $X$ .

- A.1** Utilizando la gráfica determine la resistencia  $R_{on}$  del elemento  $X$  en la rama superior de la curva  $I - V$ , y la resistencia  $R_{off}$  de la rama inferior. La rama intermedia está descrita por la ecuación 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{int}}. \quad (1)$$

Encuentre los valores de los parámetros  $I_0$  y  $R_{int}$ .

El elemento  $X$  está conectado en serie (ver Fig. 2) con un resistor  $R$ , un inductor  $L$  y una fuente de voltaje ideal (sin resistencia interna)  $\mathcal{E}$ . Se dice que el circuito se encuentra en un estado estacionario si la corriente es constante en el tiempo,  $I(t) = \text{const}$ .

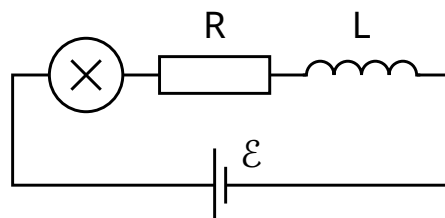


Figura 2: Circuito con elemento  $X$ , resistor  $R$ , inductor  $L$  y fuente de voltaje  $\mathcal{E}$ .

**A.2** ¿Cuál es el número de estados estacionarios posibles para el circuito de la Fig. 2 dado un valor fijo de  $\mathcal{E}$  y con  $R = 3.00\Omega$ ? ¿Cómo cambia la respuesta para  $R = 1.00\Omega$ ? 1pt

**A.3** Sea  $R = 3.00\Omega$ ,  $L = 1.00\mu H$  y  $\mathcal{E} = 15.0V$  en el circuito ilustrado en la fig. 2. Determine los valores de la corriente  $I_{\text{stationary}}$  y el voltaje  $V_{\text{stationary}}$  en el elemento no lineal  $X$  en el estado estacionario. 0.6pt

El circuito en la Fig. 2 está en su estado estacionario con  $I(t) = I_{\text{estacionario}}$ . Este estado estacionario se llama estable si después de un desplazamiento pequeño (incremento o disminución en la corriente), la corriente vuelve hacia el estado estacionario. Y si el sistema continua alejándose del estado estacionario se llama inestable.

**A.4** Use los valores numéricos de la pregunta A.3 para estudiar la estabilidad del estado estacionario con  $I(t) = I_{\text{estacionario}}$ . ¿Es estable o inestable? 1pt

### Parte B. Elementos no lineales biestables física: el radiotransmisor (5 points)

Ahora investigamos una nueva configuración del circuito (ver Fig. 3). En este caso, el elemento no lineal  $X$  está conectado en paralelo a un capacitor con capacitancia  $C = 1.00\mu F$ . Este bloque está conectado en serie a un resistor con resistencia  $R = 3.00\Omega$  y a una fuente de voltaje ideal con  $\mathcal{E} = 15.0V$ . Resulta que este circuito exhibe oscilaciones con el elemento no lineal  $X$  saltando de una rama de la curva  $I - V$  a otra en el transcurso de un ciclo.

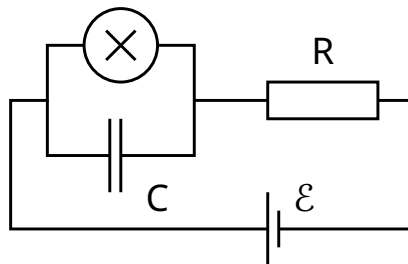


Figura 3: circuito con elemento  $X$ , capacitor  $C$ , resistor  $R$  y fuente de voltaje  $\mathcal{E}$ .

**B.1** Dibuje el ciclo de oscilación sobre el gráfico  $I - V$ , incluyendo su dirección (horaria o antihoraria). Justifique su respuesta con ecuaciones y esquemas. 1.8pt

**B.2** Encuentre expresiones para los tiempos  $t_1$  y  $t_2$  que el sistema pasa dentro de cada rama de la curva  $I - V$  durante el ciclo de oscilación. Determine sus valores numéricos. Encuentre el valor numérico del período de oscilación  $T$  asumiendo que el tiempo necesario para los saltos entre ramas de la curva  $I - V$  es despreciable. 1.9pt

**B.3** Estime la potencia promedio  $P$  disipada por el elemento no lineal durante el curso de una oscilación. Una estimación del orden de magnitud es suficiente. 0.7pt

El circuito en la Fig. 3 es utilizado para construir un radio transmisor. Para esto, el elemento  $X$  es conectado a un extremo de una antena lineal (un cable largo y recto) de longitud  $s$ . La otra punta del cable está libre. En la antena, se forma una onda electromagnética estacionaria. La velocidad de las ondas electromagnéticas a lo largo de la antena es igual que en el vacío. El transmisor utiliza el armónico principal del sistema que tiene un periodo  $T$  de la pregunta **B.2**.

**B.4** ¿Cuál es el valor óptimo de  $s$ , asumiendo que no puede exceder 1 km? 0.6pt

### Parte C. Elementos no lineales biestables en biología: el neuristor (2 puntos)

En esta parte del problema, consideramos una aplicación de los elementos no lineales biestables: modelar procesos biológicos. Una neurona en el cerebro humano tiene la siguiente propiedad: cuando se excita con una señal externa, ésta responde con una sola oscilación y luego regresa a su estado inicial. Esto se denomina excitabilidad. Gracias a esta propiedad, los pulsos pueden propagarse dentro de la red de neuronas acopladas que constituyen el sistema nervioso. Un chip semiconductor diseñado para imitar la excitabilidad y la propagación de un pulso se denomina *neuristor* (una mezcla de los términos "neurona" y "transistor").

Intentamos modelar un neuristor simple usando un circuito que incluye el elemento no lineal  $X$  que hemos investigado previamente. Para esto, el voltaje  $\mathcal{E}$  en el circuito de la Fig. 3 es disminuido al valor  $\mathcal{E}' = 12.0V$ . Las oscilaciones se detienen y el sistema alcanza su estado estacionario. Después el voltaje se incrementa rápidamente a  $\mathcal{E} = 15.0V$  otra vez y luego de un período de tiempo  $\tau$ , el voltaje vuelve al valor  $\mathcal{E}'$  (ver Fig. 4). Resulta que existe cierto valor crítico  $\tau_{crítico}$  y que el sistema muestra un comportamiento cualitativamente diferente para  $\tau < \tau_{crítico}$  y  $\tau > \tau_{crítico}$ .

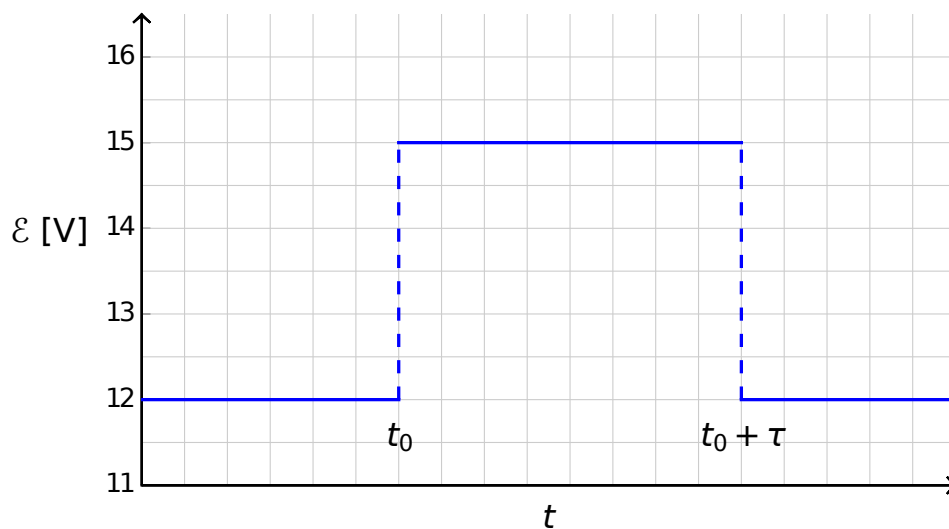


Figura 4: Voltaje de la fuente de voltaje como función del tiempo.

**C.1** Esquematice la dependencia en el tiempo de la corriente  $I_X(t)$  en el elemento no lineal  $X$  para  $\tau < \tau_{critico}$  y para  $\tau > \tau_{critico}$ . 1.2pt

**C.2** Encuentre la expresión y el valor numérico del tiempo crítico  $\tau_{critico}$  para el cual se tiene un cambio de comportamiento. 0.6pt

**C.3** ¿Es un circuito con  $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$  un neuristor? 0.2pt