

Nelineární dynamika elektrických obvodů

Než se do toho pustíte, přečtěte si prosím obecné pokyny v oddělené obálce.

Úvod

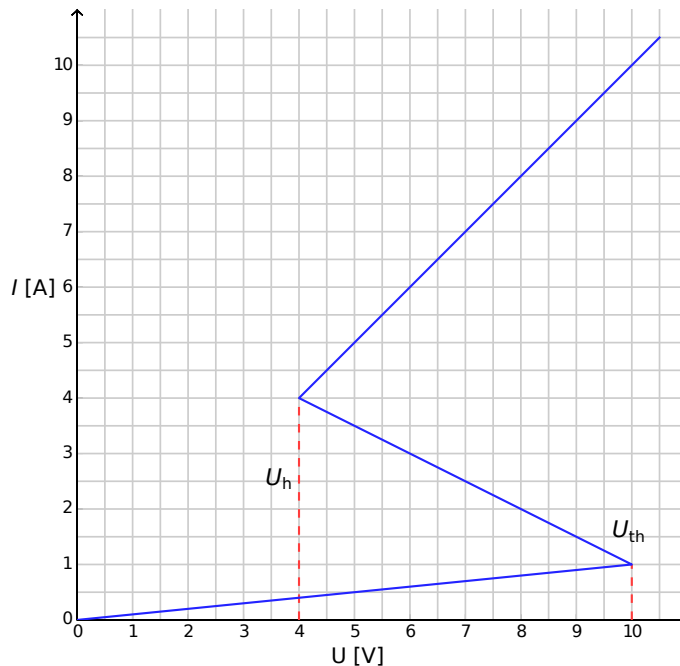
Bistabilní nelineární polovodičové prvky (např. tyristory) mají široké využití v elektronice jako spínače a generátory elektromagnetických kmitů. Hlavní oblastí využití tyristorů je ovládání střídavých proudů ve výkonové elektronice, např. usměrnění zdroje střídavého proudu na zdroj stejnosměrného na megawatové úrovni. Bistabilní prvky mohou rovněž sloužit jako modely fyzikálních systémů, kde se projevuje samoorganizace (toto téma je obsahem části B této úlohy), biologické modely (v části C) a modely v dalších oblastech moderních věd o nelineárních jevech.

Cíle

Studium nestability a netriviální dynamiky obvodů obsahujících nelineární $I - V$ (voltampérovou) charakteristiku. Zkoumání možných aplikací těchto obvodů v inženýrství a modelování biologických systémů.

Část A. Stacionární stavy a nestability (3 body)

Na obrázku 1 vidíte tzv. **esíčkovou** $I - V$ charakteristiku nelineárního prvku X . V napětovém rozsahu mezi $U_h = 4.00$ V (udržovací napětí) až $U_{th} = 10.0$ V (mezí napětí) nabývá $I - V$ charakteristika více hodnot. Pro jednoduchost je graf na obrázku 1 zvolen jako po částech lineární (každá větev je úsečka). Horní větev by procházela počátkem, pokud bychom ji prodloužili. Tato náhrada je dobrou aproximací reálných tyristorů.



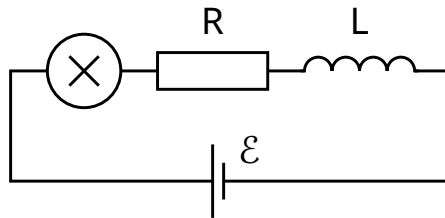
Obrázek 1: $I - V$ charakteristika nelineárního prvku X .

- A.1** Určete pomocí grafu odpor R_{on} prvku X na horní větvi $I - V$ charakteristiky a odpor R_{off} na spodní větvi. Prostřední větev je popsána rovnicí 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Najděte hodnoty parametrů I_0 a R_{int} .

Prvek X je zapojen sériově (viz Obr. 2) s rezistorem R , cívkou L a ideálním zdrojem napětí \mathcal{E} . Řekneme, že obvod je ve stacionárním stavu, pokud se elektrický proud nemění v čase, $I(t) = \text{const.}$



Obrázek 2: Obvod s prvkem X , rezistorem R , cívkou L a zdrojem napětí \mathcal{E} .

- A.2** Jaký je možný počet stacionárních stavů obvodu na Obr. 2 pro pevně dané napětí \mathcal{E} a pro odpor $R = 3,00 \Omega$? Jak by se změnila odpověď pro odpor $R = 1,00 \Omega$? 1pt

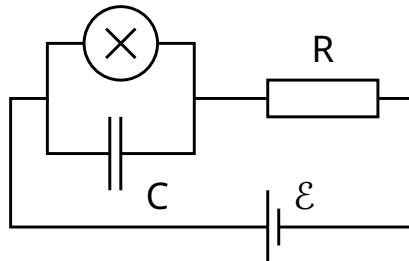
- A.3** Nechť $R = 3,00 \Omega$, $L = 1,00 \mu\text{H}$ a $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$ v obvodu na Obr. 2. Určete velikost proudu $I_{\text{stationary}}$ a napětí $V_{\text{stationary}}$ na nelineárním prvku X ve stacionárním stavu. 0.6pt

Obvod na Obr. 2 je ve stacionárním stavu $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Tento stacionární stav nazveme stabilním, pokud se po drobné výchylce (nárůstu nebo úbytku proudu) proud vrátí zpět do stacionárního stavu. Pokud se stav naopak od stacionárního stavu vzdaluje, nazveme ho nestabilním.

- A.4** Použijte číselné výsledky z části **A.3** a zkoumejte stabilitu stacionárního stavu $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Je stacionární stav stabilní či nikoliv? 1pt

Část B. Bistabilní nelineární prvky ve fyzice: rádio vysílač (5 bodů)

Budeme nyní zkoumat nové zapojení obvodu (viz Obr. 3). Tentokrát bude nelineární prvek X zapojen paralelně ke kondenzátoru o kapacitě $C = 1,00 \mu\text{F}$. Tato dvojice je poté připojena do série s rezistorem $R = 3,00 \Omega$ a ideálním zdrojem napětí $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$. Ukazuje se, že tento obvod kmitá tak, že nelineární prvek X skáče z jedné větve $I - V$ charakteristiky na druhou během jednoho cyklu.



Obrázek 3: Obvod s prvkem X , kondenzátorem C , rezistorem R a zdrojem napětí \mathcal{E} .

- | | | |
|------------|--|-------|
| B.1 | Nakreslete kmitavý cyklus do $I - V$ charakteristiky, včetně jeho směru (po nebo proti směru hodinových ručiček). Zdůvodněte vaši odpověď pomocí náčrtků a rovnic. | 1.8pt |
| B.2 | Najděte vztah pro časy t_1 a t_2 , po které se systém nachází na každé z větví $I - V$ charakteristiky během jednoho cyklu. Určete jejich číselné hodnoty. Najděte číselnou hodnotu periody kmitání T , pokud budeme předpokládat, že čas potřebný pro přeskočení z jedné větve $I - V$ charakteristiky na druhou je zanedbatelný. | 1.9pt |
| B.3 | Ohadněte průměrný ztrátový (disipovaný) výkon P na nelineárním prvku během jednoho kmitu. Stačí řádový odhad. | 0.7pt |

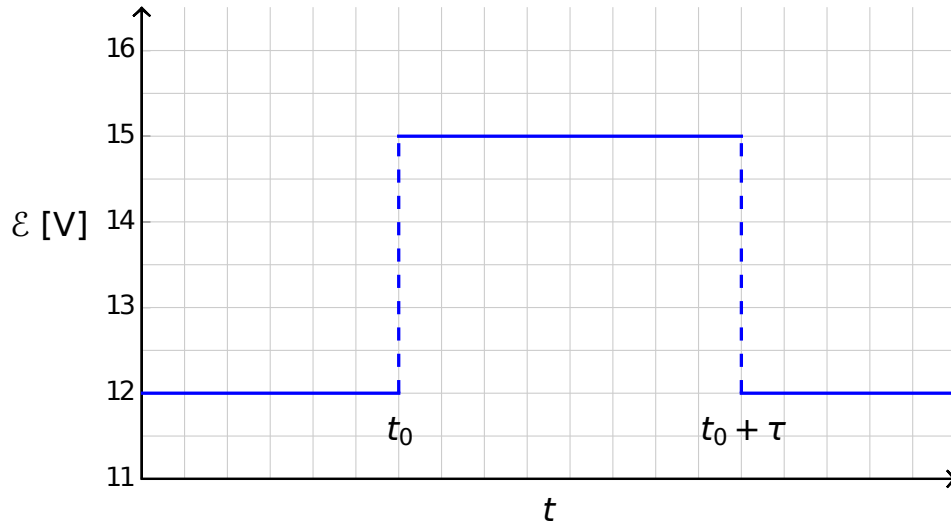
Obvod na Obr. 3 se používá ke stavbě radiovysílače. V tomto případě se nelineární prvek X připojí k jednomu konci tyčové antény (dlouhého rovného drátu) délky s . Druhý konec drátu je volný. V anténě se vytvoří stojatá elektromagnetická vlna. Rychlost elektromagnetického vlnění na anténě je stejná jako ve vakuu. Vysílač používá základní mód kmitání systému, který má periodu T z otázky **B.2**.

- | | | |
|------------|--|-------|
| B.4 | Jaká je optimální délka s , budeme-li požadovat, aby nepřekročila velikost 1 km? | 0.6pt |
|------------|--|-------|

Část C. Bistabilní nelineární prvky v biologii: neuristor (2 body)

V této části úlohy budeme uvažovat aplikaci bistabilních nelineárních prvků v modelování biologických procesů. Neuron v lidském mozku má následující vlastnost: když je vybuzen vnějším signálem, provede jeden zákmit a poté se vrátí do původního stavu. Tato vlastnost se nazývá vzrušivost (excitability). Díky této vlastnosti se jednotlivé pulsy mohou šířit sítí provázaných neuronů tvořících nervový systém. Polovodičový čip navržený pro napodobení této vzrušivosti a šíření pulsů se nazývá *neuristor* (ze slov *neuron* a *tranzistor*).

Pokusíme se modelovat jednoduchý neuristor pomocí obvodu obsahující nelineární prvek X , který jsme nyní zkoumali. Za tímto účelem snížíme napětí v Obr. 3 na hodnotu $\mathcal{E}' = 12.0$ V. Kmitání přestane a systém se dostane do stacionárního stavu. Poté napětí rychle zvýšíme zpět na hodnotu $\mathcal{E} = 15.0$ V a po určitém čase τ (kde $\tau < T$) jej zase vrátíme na hodnotu \mathcal{E}' (viz Obr. 4). Ukazuje se, že existuje určitý kritický čas τ_{crit} , a že systém vykazuje kvalitativně odlišné chování pro $\tau < \tau_{\text{crit}}$ a pro $\tau > \tau_{\text{crit}}$.



Obrázek 4: Napětí zdroje v závislosti na čase.

- | | | |
|------------|--|-------|
| C.1 | Načrtněte grafy časové závislosti proudu $I_X(t)$, který prochází nelineárním prv-
kem X , pro $\tau < \tau_{\text{crit}}$ a $\tau > \tau_{\text{crit}}$. | 1.2pt |
| C.2 | Najděte vztah i číselnou hodnotu kritického času τ_{crit} , při kterém dojde ke změně
chování obvodu. | 0.6pt |
| C.3 | Je obvod v případě času $\tau = 1,00 \cdot 10^{-6}$ s neuristor? | 0.2pt |