

Dinámica No Lineal en Circuitos Eléctricos (10 Puntos)

Por favor lea las instrucciones generales dentro del sobre adjunto antes de comenzar a resolver este problema.

INTRODUCCIÓN

Los semiconductores no lineales biestables se utilizan para fabricar componentes electrónicos como interruptores y generadores de oscilaciones electromagnéticas. Un ejemplo de este tipo de elementos lo constituyen los llamados "tiristores", que se emplean para el control de corrientes alternas en electrónica (como la rectificación de corriente AC a DC en la escala de los megavatios). Por otra parte, estos elementos biestables sirven como modelo para explicar fenómenos que presentan auto-organización, ya sea en física (aspecto tratado en la PARTE B del problema), en biología (PARTE C) o en otros campos de la ciencia moderna no lineal.

OBJETIVOS

Estudiar inestabilidades y dinámica de circuitos que incluyen elementos con curvas características $I - V$ no lineales. Descubrir posibles aplicaciones de estos circuitos en el campo de la ingeniería, o para el modelado de sistemas biológicos.

PARTE A. Estados estacionarios e inestabilidades (3 Puntos)

La Figura 1 muestra la así llamada "forma S" de la curva característica $I - V$ de un elemento no lineal X . En el rango de voltaje entre $U_h = 4.00 \text{ V}$ (voltaje umbral inferior) y $U_{th} = 10.0 \text{ V}$ (voltaje umbral superior) la curva $I - V$ es "multivaluada". Por simplicidad, la gráfica de la figura se ha escogido lineal a trozos (cada rama de la curva es una línea recta). En particular, la rama superior alcanza el origen si se prolonga en esa dirección. Esta aproximación proporciona una buena descripción de los tiristores reales.

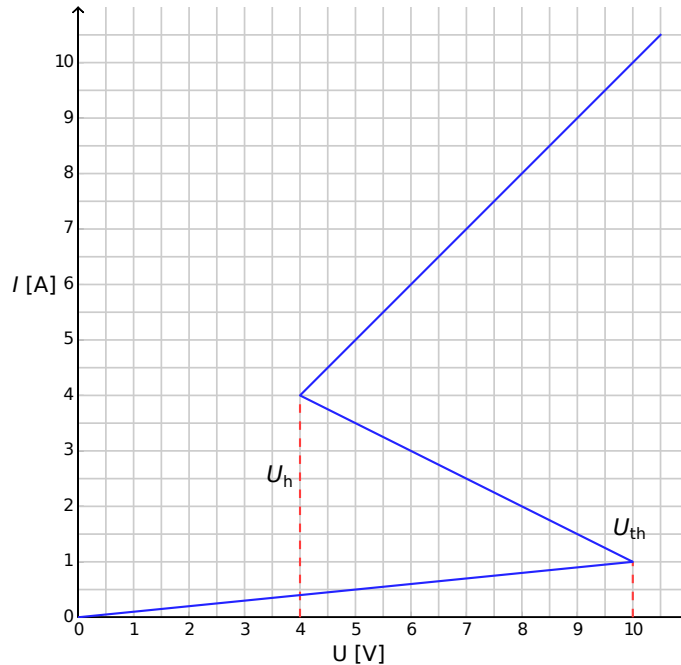


Figure 1: Curva característica $I - V$ del elemento no lineal X .

- A.1** Usando la gráfica determine la resistencia R_{on} del elemento X en la rama superior de la curva $I - V$, y la resistencia R_{off} de la rama inferior. La rama intermedia está descrita por la ecuación: 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Encuentre los valores de los parámetros I_0 y R_{int} .

El elemento X está conectado en serie (ver Figura 2) con una resistencia R , una inductancia L y una fuente de voltaje sin resistencia interna \mathcal{E} . Se dice que el circuito se encuentra en un estado estacionario si la corriente es constante en el tiempo, $I(t) = \text{const.}$

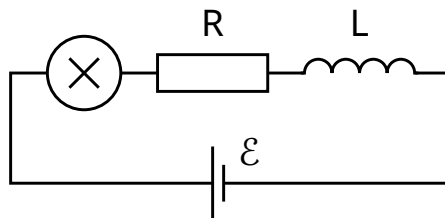


Figura 2: Circuito con elemento no lineal X , resistencia R , inductancia L y fuente de voltaje \mathcal{E} .

A.2 ¿Cuántos estados estacionarios puede tener el circuito de la Fig. 2 para un valor fijo de \mathcal{E} con $R = 3.00 \Omega$? ¿Y cuántos si $R = 1.00 \Omega$? 1pt

A.3 Sea $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ y $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ en el circuito de la Fig. 2. Determine los valores de la corriente $I_{\text{estacionario}}$ y el voltaje $V_{\text{estacionario}}$ en el elemento no lineal X en el estado estacionario. 0.6pt

El circuito de la Fig. 2 está en su estado estacionario cuando $I(t) = I_{\text{estacionario}}$. Este estado estacionario se dice que es estable si después de una pequeña variación (que aumente o disminuya la corriente), el valor de la corriente vuelve al que tenía en el estado estacionario. Y si el sistema se aleja del estado estacionario, se dice que es inestable.

A.4 Utilice los valores numéricos de la cuestión **A.3** para estudiar la estabilidad del estado estacionario con $I(t) = I_{\text{estacionario}}$. ¿Es estable o inestable? 1pt

PARTE B. Elementos biestables no lineales en física: el radiotransmisor (5 puntos)

Ahora investigamos otra configuración del circuito (ver Figura 3). En este caso, el elemento no lineal X está conectado en paralelo a un condensador de capacidad $C = 1.00 \mu\text{F}$. Este bloque esta conectado en serie a un resistencia $R = 3.00 \Omega$ y a una fuente de voltaje sin resistencia interna $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Este circuito presenta oscilaciones con el elemento no lineal X saltando de una rama de la curva $I - V$ a otra en el transcurso de un ciclo.

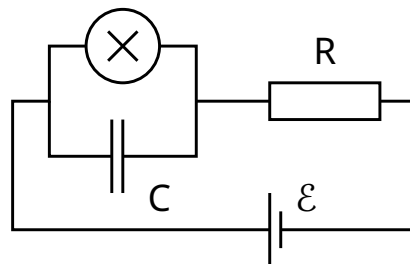


Figura 3: Circuito con elemento X , condensador C , resistencia R y fuente de voltaje \mathcal{E} .

B.1 Dibuje el ciclo de oscilación sobre una gráfico $I - V$, incluyendo su dirección (horaria o antihoraria). Justifique la respuesta con ecuaciones y esquemas. 1.8pt

B.2 Encuentre las expresiones para los tiempos t_1 y t_2 que el sistema permanece en cada rama de la curva $I - V$ durante el ciclo de oscilación. Halle sus valores numéricos. Encuentre el valor numérico del período de oscilación T asumiendo que el tiempo necesario para los saltos entre ramas de la curva $I - V$ es despreciable. 1.9pt

B.3 Estime la potencia promedio P disipada por el elemento no lineal durante una oscilación. Basta con dar una estimación del orden de magnitud. 0.7pt

Con el circuito de la Fig. 3 se construye un radio transmisor. Para ello, el elemento X se conecta a un extremo de una antena lineal (un cable largo recto) de longitud s . El otro extremo del cable es libre. En la antena se forma una onda electromagnética estacionaria. La velocidad de las ondas electromagnéticas lo largo de la antena es la misma que la velocidad de la luz en el vacío. El transmisor usa el armónico principal del sistema, que tiene el periodo T de la cuestión **B.2**.

B.4 ¿Cuál es el valor óptimo de s , asumiendo que no puede exceder 1 km? 0.6pt

PARTE C. Elementos biestables no lineales en biología: el neuristor (2 Puntos)

En esta parte del problema, consideramos una aplicación de los elementos biestables no lineales para estudiar procesos biológicos. Una neurona del cerebro humano tiene la siguiente propiedad: cuando se la excita con una señal externa, responde con una única oscilación y regresa a su estado inicial. Esto se denomina excitabilidad. Gracias a esta propiedad, los pulsos pueden propagarse por la red de neuronas acopladas que constituyen el sistema nervioso. Un chip semiconductor diseñado para imitar la excitabilidad y la propagación de un pulso se denomina *neuristor* (una mezcla de los términos "neurona" y "transistor").

Intentamos modelar un neuristor mediante el circuito que hemos investigado anteriormente (Fig. 3) con el elemento no lineal X . Disminuimos el voltaje \mathcal{E} a un valor $\mathcal{E}' = 12.0$ V de forma que las oscilaciones se detienen y el sistema alcanza su estado estacionario. En un momento dado, aumentamos el voltaje súbitamente al valor $\mathcal{E} = 15.0$ V, τ (con $\tau < T$) lo bajamos de nuevo al valor \mathcal{E}' (see Fig. 4). En estas condiciones, existe cierto valor crítico τ_{critico} , y el sistema muestra un comportamiento cualitativamente diferente para $\tau < \tau_{\text{critico}}$ y para $\tau > \tau_{\text{critico}}$.

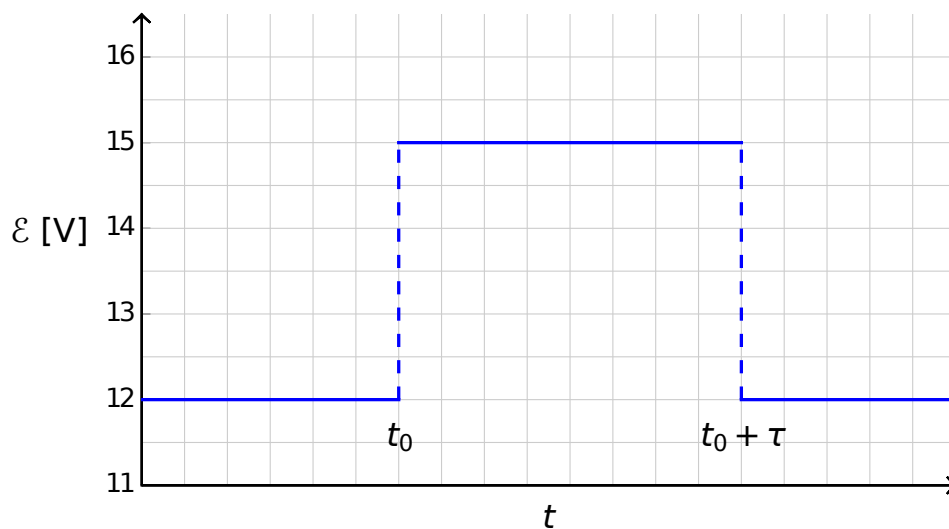


Figura 4: Voltaje de la fuente de voltaje en función del tiempo.

C.1 Haga un esquema de los gráficos que muestren la dependencia con el tiempo de la corriente $I_X(t)$ en el elemento no lineal X para $\tau < \tau_{\text{critico}}$ y para $\tau > \tau_{\text{critico}}$. 1.2pt

C.2 Encuentre la expresión y el valor numérico del tiempo crítico τ_{critico} para el cual se tiene un cambio del comportamiento. 0.6pt

C.3 ¿Es el circuito un neuristor con $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s a neuristor? 0.2pt