

## Mittelineaarne dünaamika elektriahelates (10 punkti)

Palun lugege enne alustamist üldjuhendit, mis on eraldi ümbrikus.

### Sissejuhatus

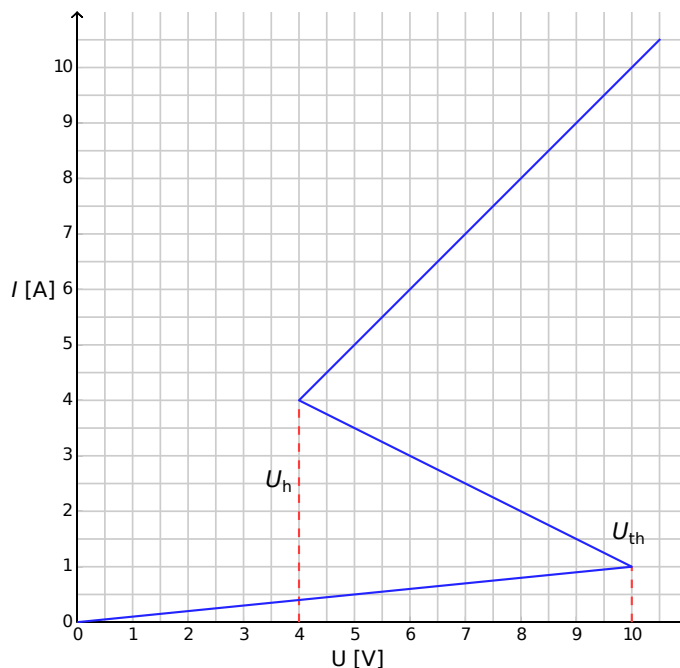
Bistabiilsed mitte-lineaarsed pooljuhtelemendid (nt türistorid) on elektroonikas laialt kasutusel lülitite või elektromagnetiliste võnkumiste generaatoritena. Türistoride peamine rakendus on jõuelektronikas vahelduvvoolude juhtimine. Näiteks suurte võimsuste korral vahelduvvoolu teisendamisel alalisvooluks. Bistabiilseid elemente kasutatakse ka mudelsüsteemina, et uurida iseorganiseeruvaid fenomene füüsikas (seda teemat puudutab osa B), bioloogias (vaata osa C) ja teistes mittelineaarsetes teaduse valdkondades.

### Eesmärgid

Uurida mittelineaarsete  $I - V$  tunnusoontega elemente sisaldavate elektriskeemide ebastabiilsusi ja mittetriviaalset dünaamikat. Avastada võimalik rakendus sellistele skeemidele bioloogiliste süsteemide modelleerimisel.

### Osa A. Tasakaalupunktid ja ebastabiilsused (3 punkti)

Joonis 1 graafikul on elemendi  $X$  n-ö **S-kujuline**  $I - V$  tunnusjoon. Nagu näha vastab, vahemikus  $U_h = 4.00 \text{ V}$  (*holding voltage*) kuni  $U_{th} = 10.0 \text{ V}$  (*threshold voltage*) ühele pingele mitu võimaliku voolutugevust. Lihtsuse huvides on joonisel 1 olev tunnusjoon tükati lineaarne (koosneb lineaarsetest lõikudest). Pange tähele, et ülemise lõigu pikendus läbib kordinaatide algpunkti. Selline lihtsustus kirjeldab päris hästi türistori käitumist.



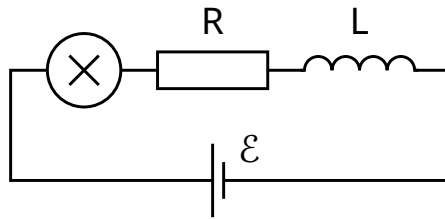
Joonis 1: Elemendi  $X$  tunnusjoon  $I - V$ .

- A.1** Kasutades graafikut, määrake takistus  $R_{\text{on}}$ , millena käitub element  $X$  oma  $I-V$  tunnusoone ülemisel lõigul, ja takistus  $R_{\text{off}}$ , millena käitub element alumisel lõigul. Keskmisel lõigul kehtib valem: 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Leidke  $I_0$  ja  $R_{\text{int}}$  väärtused.

Element  $X$  ühendatakse jadamisi takistiga  $R$ , induktoriga  $L$  ja ideaalse pingega  $\mathcal{E}$  (vt joonis 2). Ütleme, et elektriabel on tasakaaluolekus kui voolutugevus on ajas konstante:  $I(t) = \text{const}$ .



Joonis 2: Elektriabel elemendiga  $X$ , takistiga  $R$ , induktoriga  $L$  ja pingega  $\mathcal{E}$ .

- A.2** Mitu erinevat tasakaaluolekut saab olla joonisel 2 kujutatud elektriabelal mingi  $\mathcal{E}$  jaoks, kui  $R = 3.00 \Omega$  (vaadelda erinevaid  $\mathcal{E}$  väärtusi)? Kuidas muutub vastus, kui  $R = 1.00 \Omega$ ? 1pt

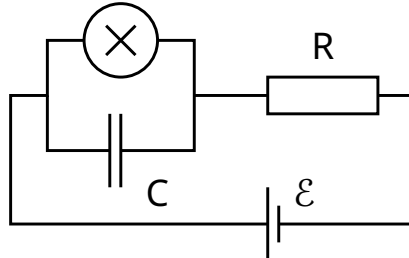
- A.3** Olgu joonisel 2 kujutatud skeemil  $R = 3.00 \Omega$ ,  $L = 1.00 \mu\text{H}$  ja  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ . Leidke tasakaaluolekus voolutugevus  $I_{\text{stationary}}$  ja pinge  $V_{\text{stationary}}$  elemendil  $X$ . 0.6pt

Elektriabel joonisel 2 on tasakaaluolekus  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . Tasakaaluolek on stabiilne, kui väikese häirituse korral (voolutugevuse suurenemine või vähenemine), hakkab voolutugevus tagasi tasakaalupunkti poole liikuma. Ebastabiilse tasakaalupunkti korral hakkab voolutugevus häirituse tõttu tasakaalupunktist eemalduma.

- A.4** Kasutage numbrilisi väärtusi osast **A.3** ja uurige stabiilsust tasakaaluoleku  $I(t) = I_{\text{stationary}}$  juures. Kas tasakaaluolek on stabiilne või ebastabiilne? 1pt

## Osa B. Bistabiilsed mittelineaarsed elemendid füüsikas: raadiosaatja (5 punkti)

Nüüd uurime uut elektriabelat (vt joonis 3). Seekord on mittelineaarne element  $X$  ühendatud rööbiti kondensaatoriga  $C = 1.00 \mu\text{F}$ . See rööpühendus on omakorda jadamisi takistiga  $R = 3.00 \Omega$  ja ideaalse pingega  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ . Selgub, et selline skeem hakkab ostsilleerima nii, et mittelineaarne element  $X$  hüppab tsükli jooksul  $I-V$  tunnusoonele ühelt lõigult teisele.



Joonis 3: Elektriabel elemendiga  $X$ , kondensaatoriga  $C$ , takistiga  $R$  ja pingellikaga  $\mathcal{E}$ .

**B.1** Joonistage ostsillatsioonide tsüklil vastuselehel olevale  $I - V$  tunnusjoonele, kaasaarvatud suund (päripäeva või vastupäeva). Põhjendage oma vastust valemite ja joonistega. 1.8pt

**B.2** Leidke avaldised aegade  $t_1$  ja  $t_2$  jaoks, mille mittelineaarne element veedab  $I - V$  tunnusjoone eri lõikudes ühe tsükli jooksul. Leidke  $t_1$  ja  $t_2$  numbrilised väärtused. Leidke ostsillatsiooni perioodi  $T$  numbriline väärtus, eeldades, et  $I - V$  tunnusjoone eri harude vahet hüppamine aega ei võta. 1.9pt

**B.3** Hinnake keskmist võimsust  $P$ , mis eraldub mittelineaarsel elemendil ühe ostsillatsiooni jooksul. Suurusjärguline hinnangutäpsus on piisav. 0.7pt

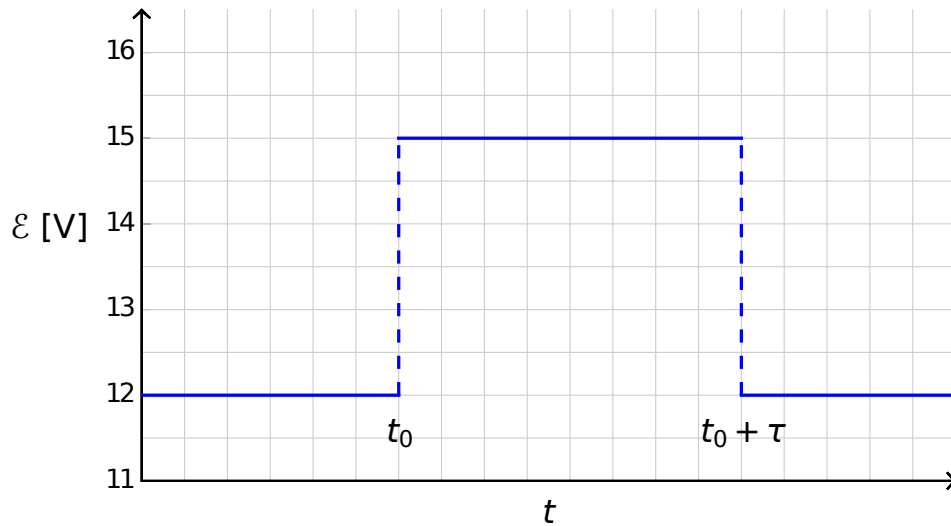
Joonisel 3 olevat skeemi kasutatakse raadiosaatja ehitamiseks. Selleks ühendatakse element  $X$  antenni ühe otsa külge. Antenn on pikk sirge juhe pikkusega  $s$ . Teine antenni ots on vaba. Antennis tekib elektromagnetiline seisulaine. Elektromagnetlainete kiirus piki antenni on sama kui vaakumis. Raadiosaatja kasutab süsteemi põhisagedust, mille periood  $T$  on leitud osas **B.2**.

**B.4** Mis on optimaalne pikkus  $s$ , eeldades, et see ei saa olla pikem kui 1 km? 0.6pt

### Osa C. Bistabiilsed mittelineaarsed elemendid bioloogias: neuristor (2 punkti)

Selles osas vaatleme, kuidas kasutada bistabiilseid mittelineaarseid elemente bioloogiliste protsesside modelleerimiseks. Neuronitel (närvirakkudel) on järgmine omadus: kui neuronit ergastada signaaliga, teevad nad ühe üksiku ostsillatsiooni ja lähevad siis tagasi oma esialgsesse olekusse. Seda nimetatakse *excitability*-omaduseks. See on oluline närviimpulsside levimisel mööda närvisüsteemi. Pooljuhtseadet, mis jäljendab närvirakkude *excitability*-omadust, nimetatakse neuristoriks (neuron ja transistor).

Me üritame modelleerida lihtsat neuristori, kasutades joonisel 3 olevat skeemi. Selleks muudame pingellika  $\mathcal{E}$  pinget vastavalt graafikule joonisel 4: alguses on pinge  $\mathcal{E}' = 12.0$  V ja ostsillatsioonid puuduvad (süsteem on tasakaaluolekus), mingil hetkel suurendatakse pinget väärtuseni  $\mathcal{E} = 15.0$  V ja ajahetk  $\tau$  hiljem (seejuures  $\tau < T$ ) tagasi pingele  $\mathcal{E}' = 12.0$  V. Selgub, et leidub kriitiline väärtus  $\tau_{\text{crit}}$ , mis eristab süsteemi käitumist kvalitatiivselt erinevalt juhtudel  $\tau < \tau_{\text{crit}}$  ja  $\tau > \tau_{\text{crit}}$ .



Joonis 4: Pingeallika pinge sõltuvus ajast.

- |            |  |       |
|------------|--|-------|
| <b>C.1</b> | Visandage mittelineaarset elementi $X$ läbiva voolutugevuse $I_X(t)$ ajalise sõltuvuse graafikud juhtude $\tau < \tau_{\text{crit}}$ ja $\tau > \tau_{\text{crit}}$ jaoks. | 1.2pt |
| <b>C.2</b> | Leidke avaldis kriitilise aja $\tau_{\text{crit}}$ jaoks, mille korral see kvalitatiivne muutus tekib.   | 0.6pt |
| <b>C.3</b> | Kas aja $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s korral käitub elektriabel nagu <i>neuristor</i> või mitte?  | 0.2pt |