

Virtapiirin epälineaarista dynamiikkaa (10 pistettä)

Lue erillisessä kurossa olevat yleisohjeet ennen tämän tehtävän aloittamista.

Johdanto

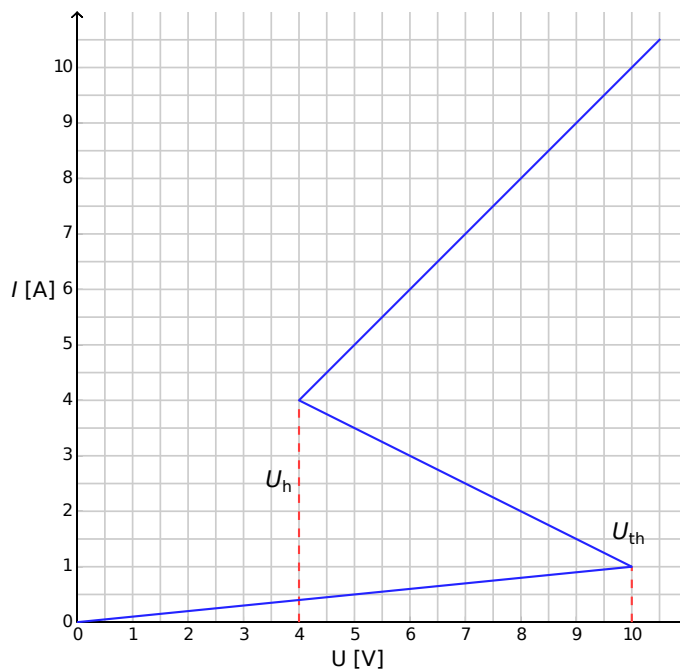
Bistabiileja epälineaarisia puolijohdekomponentteja (kuten tyristoreja) käytetään laajalti elektroniikassa kytkiminä sekä sähkömagneettisen värähtelyn lähteinä. Tyristoreiden käytetään erityisesti vaihtovirran säätämiseksi virtalähde-elementeissä, esimerkiksi muunnettaessa vaihtovirta tasavirraksi megawattien tehoalueella. Bistabiileja komponentteja voidaan hyödyntää itsejärjestyvyyden mallintamisessa fysiikassa (mitä tarkastellaan osassa B), biologiassa (osassa C) sekä muilla epälineaarisia järjestelmiä tarkastelevilla luonnontieteiden osa-alueilla.

Tavoitteet

Tarkastellaan epälineaarisia $I-V$ -ominaisuuksia omaavien virtapiirien epästabiilisuuksia sekä dynamiikkaa. Perehdytään tällaisten virtapiirien sovelluskohteisiin, erityisesti insinööritieteissä sekä biologisten järjestelmien mallinnuksessa.

Osa A. Stationaariset tilat ja epästabiilisuudet (3 pistettä)

Kuvassa 1 esitetään erään epälineaarisen komponentin X ns. S-muotoinen $I-V$ -käyttäytyminen. Tämä $I-V$ -käyttäytyminen on moniarvoista jännitteen ollessa arvojen $U_h = 4.00 \text{ V}$ (pitojännite) ja $U_{th} = 10.0 \text{ V}$ (kynnysjännite) välillä. Yksinkertaisuuden vuoksi kuvan 1 käyrä on tehty paloittain lineaarisiksi (jokainen haara on suora viiva). Ylemmän haaran jatke kulkee lisäksi origon kautta. Tämä approksimaatio antaa riittävän hyvän kuvauksen todellisen tyristorin käyttäytymisestä.



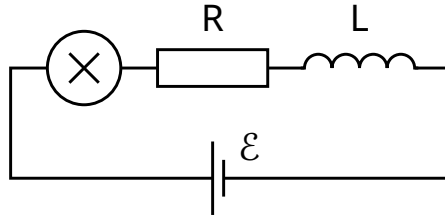
Kuva 1: Epälineaarisen komponentin X $I-V$ -käyttäytyminen

- A.1** Määritä edellä olevaa kuvaajaa hyödyntäen komponentin X resistanssi $I - V$ -käyrän ylimmällä haaralla (R_{on}) ja alimmalla haaralla (R_{off}). Keskihaaraa kuvaa yhtälö 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Selvitä parametrien I_0 ja R_{int} lukuarvot.

Kytetään komponentti X sarjaan (ks. kuva 2) vastuksen R , kelan L sekä ideaalisen jännitelähteen \mathcal{E} kanssa. Piiriin voidaan sanoa olevan stationaarissa tilassa (stationary state), mikäli aika pysyy ajan suhteen vakiona, $I(t) = \text{const}$.



Kuva 2: Komponentista X , vastuksesta R , kelasta L ja jännitelähteestä \mathcal{E} koostuva virtapiiri.

- A.2** Kuinka monta stationaarista tilaa kuvan 2 mukaisella piirillä on, kun jännite \mathcal{E} on vakio ja $R = 3.00 \Omega$? Entä, jos $R = 1.00 \Omega$? 1pt

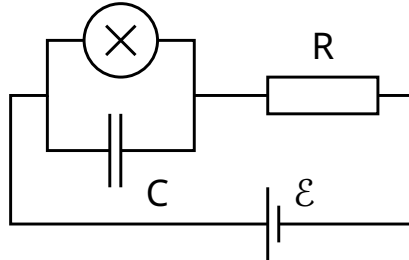
- A.3** Olkoon kuvan 2 mukaista piiri, jolle $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ ja $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Määritä virran $I_{\text{stationary}}$ ja jännitteen $V_{\text{stationary}}$ arvot, kun epälineaarinen komponentti X on stationaarissa tilassa. 0.6pt

Tarkastellaan kuvan 2 mukaista, stationaarissa tilassa olevaa virtapiiriä, jolle $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Tämän stationaarisen tilan sanotaan olevan stabiili (vakaa), mikäli virta palaa pienen poikkeutuksen jälkeen kohti stationaarista tilaa. Mikäli virran arvo ei palaakaan kohti stationaarisen tilan arvoa, vaan etääntyy poikkeutuksen jälkeen yhä enemmän, tilaa sanotaan epästabiiliksi (epävakaa).

- A.4** Käytetään tehtävän A.3 lukuarvoja ja tarkastellaan stationaarisen tilan ($I(t) = I_{\text{stationary}}$) vakautta. Onko tila stabiili vai epästabiili? 1pt

Osa B. Bistabiilit epälineaariset komponentit fysiikassa: radiolähetin (5 pistettä)

Tarkastellaan nyt toisenlaista virtapiiriä (ks. kuva 3), missä epälineaarinen komponentti X on kytketty rinnan kondensaattorin (kapasitanssi $C = 1.00 \mu\text{F}$) kanssa. Tämä kokonaisuus kytketään lisäksi sarjaan vastuksen ($R = 3.00 \Omega$) ja ideaalisen tasajännitelähteen ($\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$) kanssa. Tällainen virtapiiri oskilloi epälineaarisen komponentin X hyppiessä yksittäisen syklin aikana $I - V$ -käyrän haaralta toiselle.



Kuva 3: Komponentista X , kondensaattorista C , vastuksesta R ja jännitelähteestä \mathcal{E} koostuva virtapiiri.

B.1 Piirrä oskillaatiosyklin $I - V$ -kuvaaja. Piirrä kuvaajaan myös syklin suunta (myötä- tai vastapäivään). Perustele vastauksesi yhtälöin ja kuvin. 1.8pt

B.2 Määritä systeemin kullakin $I - V$ -käyrän haaralla yksittäisen syklin aikana viettämien aikojen t_1 ja t_2 lausekkeet sekä laske niiden numeeriset arvot. Määritä myös yksittäisen oskillaatiosyklin jaksonaika T , kun oletetaan, että $I - V$ -kuvaajan haarojen väliseen hyppyyn kuluva aika on häviävän pieni. 1.9pt

B.3 Arvioi keskimääräinen teho P , jolla epälineaarinen komponentti kuluttaa energiaa yhden oskillaatiosyklin aikana. 0.7pt

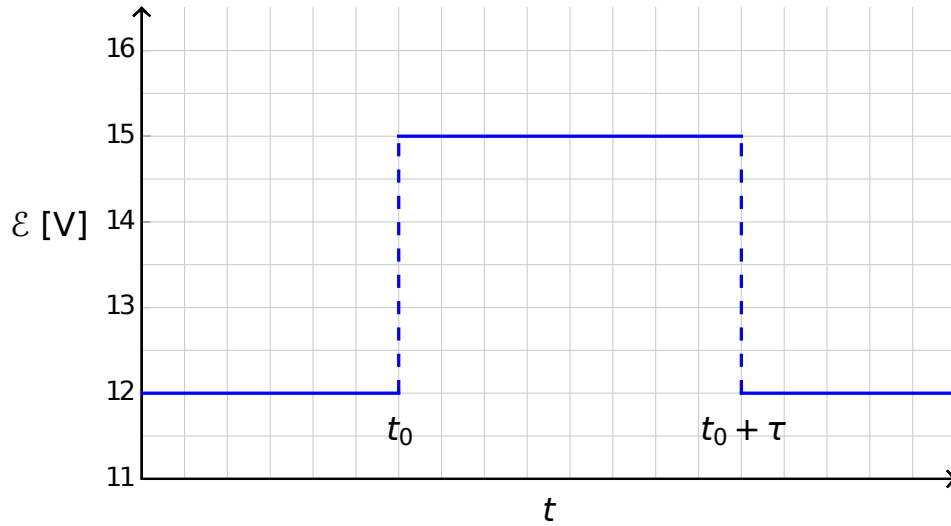
Käytetään kuvan 3 mukaista virtapiiriä radiolähettimessä, missä komponentti X on kiinnitetty lineaarisen antennin (pitkä suora johto) toiseen päähän. Antennin toinen pää on tyhjä ja antennin pituus on s . Antenniin muodostuu seisova sähkömagneettinen aalto, jonka etenemisnopeuden voidaan olettaa olevan antennissa sama kuin tyhjiössä. Lähetin toimii ominaistaajuudellaan, jonka jaksonaika T on tehtävän **B.2** mukainen.

B.4 Mikä on pituuden s optimaalinen arvo, kun se ei saa olla yli 1 km? 0.6pt

Osa C. Tyristori biologiassa: neuristori (2 pistettä)

Tässä osassa tarkastellaan bistabiilin epälineaarikomponentin käyttöä biologisten prosessien mallinnuksessa. Ihmisaivoissa neuroni (hermosolu) käyttäytyy ulkoisella signaalilla aktivoitavissa tiloissa, että se käy läpi yhden syklin ja palaa sitten alkutilaansa. Kutsutaan tätä piirrettä aktivoitavuudeksi. Tämän piirteen ansiosta signaalit voivat edetä hermojärjestelmän muodostavissa toisiinsa kytkeytyneiden neuronien verkostoissa. Aktivoitavuutta ja signaalin etenemistä mallintavaa puolijohdekomponenttia kutsutaan *neuristoriksi* (neuroni + transistori).

Mallinnetaan yksinkertaista neuristoria virtapiirillä, joka sisältää epälineaarisen komponentin X . Pienennetään alustavasti kuvan 3 mukaisen virtapiirin jännite \mathcal{E} arvoon $\mathcal{E}' = 12.0 \text{ V}$. Oskillaatio loppuu tällöin ja järjestelmä asettuu stationaariseen tilaan. Kun jännite nostetaan nopeasti takaisin arvoon $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$, ja aikajakson τ ($\tau < T$) jälkeen takaisin arvoon \mathcal{E}' (ks. kuva 4). Osoittautuu, että on olemassa erityinen kriittinen aika τ_{crit} , joka erottaa kaksi eri tavoin käyttäytyvää tilaa - kun $\tau < \tau_{\text{crit}}$ ja kun $\tau > \tau_{\text{crit}}$.



Kuva 4: Jännitelähteen jännite ajan funktiona.

C.1 Hahmottele aikariippuvan virran $I_X(t)$ kuvaajat epälineaarille komponentille X , kun $\tau < \tau_{\text{crit}}$ ja kun $\tau > \tau_{\text{crit}}$. 1.2pt

C.2 Määritä tiloja erottavan kriittisen ajan τ_{crit} lauseke ja arvo. 0.6pt

C.3 Onko piiri neuristori, jos $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s? 0.2pt