

## Nelinearna dinamika u električnim krugovima

Molimo vas pročitajte opće upute koje se nalaze u odvojenoj omotnici prije nego započnete s ovim zadatkom.

### Uvod

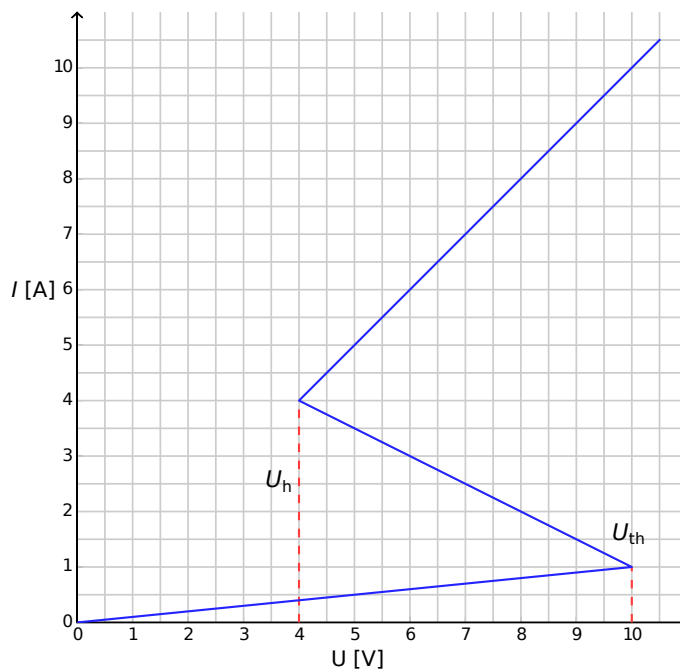
Bistabilni nelinearni poluvodički elementi (npr. tiristori) se naširoko koriste u elektronici kao prekidači i generatori elektromagnetskih oscilacija. Osnovno područje korištenja tiristora je za kontroliranje izmjenične struje u energetskej elektronici, primjerice za ispravljanje AC struje u DC na megavatnoj skali. Bistabilni elementi također mogu poslužiti kao modeli za samoorganizacijske pojave u fizici (ova tema je pokrivena u B dijelu zadatka), biologiji (vidi dio C) i u drugim područjima suvremene nelinearne znanosti.

### Ciljevi

Proučiti nestabilnosti i netrivialne dinamike strujnih krugova koji sadrže elemente s nelinearnim  $I - V$  karakteristikama. Pronaći moguće primjene takvih strujnih krugova u inženjerstvu i u modeliranju bioloških sustava.

### Dio A. Stacionarna stanja i nestabilnosti (3 boda)

Sl. 1 prikazuje takozvani **S-oblik**  $I - V$  karakteristike nelinearnog elementa  $X$ . Pri rasponu napona između  $U_h = 4.00 \text{ V}$  (minimalni napon za održavanje rada) i  $U_{th} = 10.0 \text{ V}$  (prag napona) ova  $I - V$  karakteristika je višeznačna, ima više vrijednosti struje za isti napon. Radi jednostavnosti, graf na Sl. 1 je odabran tako da bude po dijelovima linearan (pojedina grana je segment ravne linije). Štoviše, linija gornje grane kad se produži dodiruje ishodište. Ova aproksimacija daje dobar opis realnog tiristora.



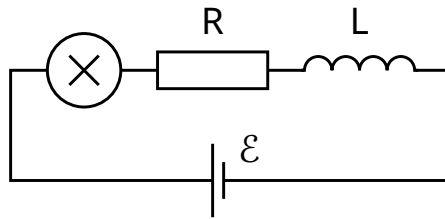
Slika 1:  $I - V$  karakteristika nelinearnog elementa  $X$ .

- A.1** Koristeći graf, Odredite otpor  $R_{\text{on}}$  elementa  $X$  na gornjoj grani  $I-V$  karakteristike, i  $R_{\text{off}}$  na donjoj grani. Grana u sredini opisana je jednadžbom 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Odredite iznose parametara  $I_0$  i  $R_{\text{int}}$ .

Element  $X$  je serijski povezan (vidi Sl. 2) s otpornikom otpora  $R$ , zavojnicom induktiviteta  $L$  i idealnim naponskim izvorom  $\mathcal{E}$ . Kažemo da je strujni krug u stacionarnom stanju ako je jakost struje stalna u vremenu,  $I(t) = \text{const}$ .



Slika 2: Strujni krug s elementom  $X$ , otpornikom otpora  $R$ , zavojnicom induktiviteta  $L$  i naponskim izvorom  $\mathcal{E}$ .

- A.2** Koji je mogući broj stacionarnih stanja koji krug na Sl. 2 može imati za stalne vrijednosti  $\mathcal{E}$  i za  $R = 3.00 \Omega$ ? Kako se odgovor mijenja za  $R = 1.00 \Omega$ ? 1pt

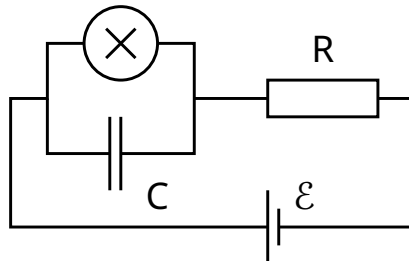
- A.3** Neka je  $R = 3.00 \Omega$ ,  $L = 1.00 \mu\text{H}$  i  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$  u strujnom krugu prikazanom na Sl. 2. Odredite iznose jakosti struje  $I_{\text{stationary}}$  i napona  $V_{\text{stationary}}$  nelinearnog elementa  $X$  u stacionarnom stanju. 0.6pt

Krug na Sl. 2 je u stacionarnom stanju s  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . Dodajte malu fluktuaciju  $\delta I$  jakosti struje:  $I = I_{\text{stationary}} + \delta I$ . Ako se  $|\delta I(t)|$  smanjuje u vremenu, kažemo da je  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . Za ovakvo stacionarno stanje kažemo da je stabilno ako se poslije male promjene (povećanja ili smanjenja jakosti struje) jakost struje vraća natrag u stacionarno stanje. Ako se pak sustav nastavi udaljavati od stacionarnog stanja, tada kažemo da je nestabilan.

- A.4** Iskoristite numeričke vrijednosti u zadatku A.3 i razmotrite stabilnost stacionarnog stanja s  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . Je li ono stabilno ili nestabilno? 1pt

## Dio B. Bistabilni nelinearni elementi u fizici: radiodašiljač (5 bodova)

Sada ćemo proučavati novu konfiguraciju strujnog kruga (vidi Sl. 3). Ovaj put, nelinearni element  $X$  je spojen paralelno s kondenzatorom kapaciteta  $C = 1.00 \mu\text{F}$ . Ovaj blok je potom spojen serijski s otpornikom otpora  $R = 3.00 \Omega$  i idealnim naponskim izvorom  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ . Ispada da ovakav strujni krug oscilira te nelinearni element  $X$  skače s jedne grane  $I-V$  karakteristike na drugu tijekom jednog oscilacijskog ciklusa.



Slika 3: Strujni krug s elementom  $X$ , kondenzatorom kapaciteta  $C$ , otporom otpora  $R$  i naponskim izvorom  $\mathcal{E}$ .

**B.1** Nacrtajte oscilacijski ciklus na  $I - V$  grafu, uključujući smjer (u smjeru kazaljke na satu ili obrnuto od kazaljke sata). Opravdajte svoj odgovor jednačbama i skicama. 1.8pt

**B.2** Odredite izraze za vremena  $t_1$  i  $t_2$  koja sustav provodi na svakoj od grana  $I - V$  grafa tijekom oscilacijskog ciklusa. Odredite njihove numeričke vrijednosti. Odredite numeričku vrijednost perioda oscilacija  $T$  pretpostavljajući da je vrijeme potrebno za skokove između grana  $I - V$  grafa zanemarivo. 1.9pt

**B.3** Procijenite prosječnu snagu  $P$  disipiranu u nelinearnom elementu tijekom jedne oscilacije. Red veličine je dovoljan. 0.7pt

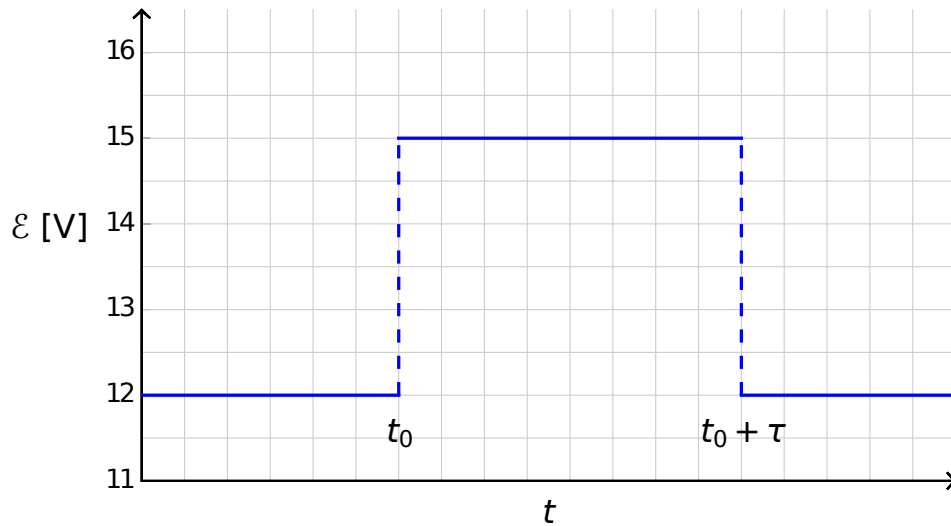
Krug na Sl. 3 koristiti se za izradu radioodašiljača. Za ovu svrhu, element  $X$  je pričvršćen na jednom kraju ravne antene (duga ravna žica) duljine  $s$ . Drugi kraj žice je slobodan. U anteni se stvara stojni elektromagnetski val. Brzina elektromagnetskog vala duž antene ista je kao i u vakuumu. Odašiljač koristi osnovni harmonik sustava koji ima period  $T$  iz zadatka **B.2**.

**B.4** Koliko iznosi optimalna vrijednost za  $s$  pod pretpostavkom da ona ne može biti veća od 1 km? 0.6pt

### Dio C. Bistabilni nelinearni elementi u biologiji: neuristor (2 boda)

U ovom dijelu zadatka, razmotriti ćemo primjenu bistabilnih nelinearnih elemenata za modeliranje bioloških procesa. Neuron u ljudskom mozgu ima sljedeće svojstvo: kada je pobuđen vanjskim signalom, načini jednu oscilaciju i potom se vraća u početno stanje. Ovo svojstvo se naziva razdražljivost neurona. Zbog ovog svojstva, pulsovi se mogu propagirati u mreži povezanih neurona koji čine živčani sustav. Poluvodički čip dizajniran da imitira razdražljivost i propagaciju pulsa naziva se *neuristor* (od neuron i tranzistor).

Pokušati ćemo modelirati jednostavni neuristor koristeći strujni krug koji sadrži nelinearni element  $X$  koji smo ranije istraživali. Iz tog razloga, napon  $\mathcal{E}$  u krugu na Sl. 3 je smanjen na vrijednost  $\mathcal{E}' = 12.0 \text{ V}$ . Oscilacije prestanu i sustav postigne stacionarno stanje. Potom, napon se naglo poveća nazad na vrijednost  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ , a poslije vremenskog perioda  $\tau$  (gdje je  $\tau < T$ ) ponovno je vraćen na vrijednost  $\mathcal{E}'$  (vidi Sl. 4). Ispada da postoji izvjesna kritična vrijednost  $\tau_{\text{crit}}$ , pri kojoj se sustav kvalitativno različito ponaša za  $\tau < \tau_{\text{crit}}$  odnosno za  $\tau > \tau_{\text{crit}}$ .



Slika 4. Napon naponskog izvora kao funkcija vremena.

- |            |  |       |
|------------|--|-------|
| <b>C.1</b> | Skicirajte graf vremenske ovisnosti jakosti struje $I_X(t)$ nelinearnog elementa $X$ za $\tau < \tau_{\text{crit}}$ i za $\tau > \tau_{\text{crit}}$ . | 1.2pt |
| <b>C.2</b> | Odredite izraz i numeričku vrijednost kritičnog vremena $\tau_{\text{crit}}$ za kojeg se režim mijenja.  | 0.6pt |
| <b>C.3</b> | Je li strujni krug s $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s neuristor?   | 0.2pt |