

Nemlineáris dinamika elektromos áramkörökben (10 pont)

Mielőtt elkezded a feladat megoldását, olvasd el a külön borítékban lévő általános utasításokat!

Bevezetés

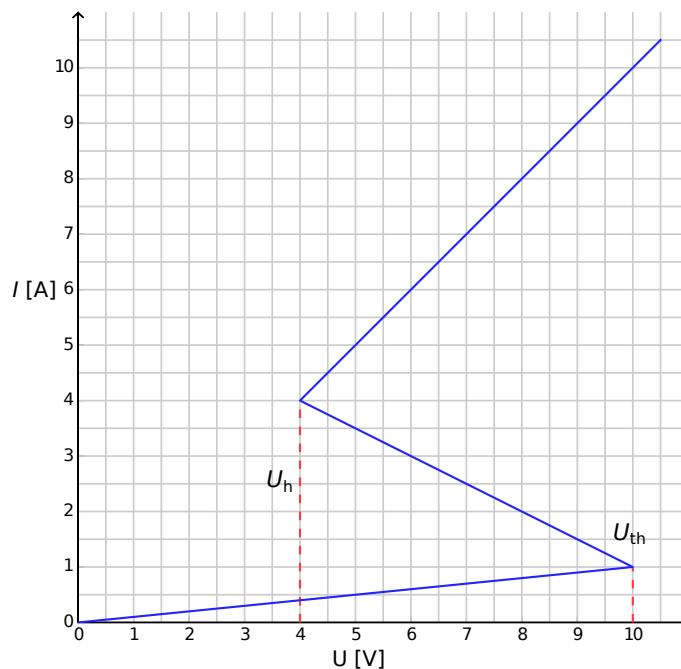
Bistabil nemlineáris félvezető áramköri elemeket (pl. tirisztorokat) széles körben alkalmaznak az elektronikában kapcsolóként és elektromágneses rezgések előállításához. A tirisztorok alkalmazásának elsődleges területe a váltóáram szabályozása a teljesítményelektronikában, például amikor megawattos nagyságrendben kell váltóáramot egyenirányítani. A bistabil elemek önszabályozó jelenségek modelljeként is szolgálhatnak a fizikában (ezzel foglalkozik a feladat B része), a biológiában (lásd a C részt) és a modern nemlineáris tudomány más területein.

Célkitűzések

Instabilitások és nemtriviális dinamika tanulmányozása nemlineáris $I - V$ karakterisztikájú elemeket tartalmazó áramkörökben. Megmutatni ezeknek az áramköröknek a felhasználási lehetőségeit a mérnöki gyakorlatban és a biológiai rendszerek modellezésben.

Part A. Stacionárius állapotok és instabilitások (3 pont)

Az 1. ábra egy nemlineáris X áramköri elem úgynevezett **S-alakú** $I - V$ karakterisztikáját mutatja. Az $U_h = 4.00 \text{ V}$ (tartófeszültség, holding voltage) és a $U_{th} = 10.0 \text{ V}$ (küszöbfeszültség, threshold voltage) közötti feszültségtartományban az $I - V$ karakterisztika többértékű. Az egyszerűség kedvéért az 1. ábrán látható grafikon szakaszonként lineáris (minden ág egy egyenes szakasz). Ráadásul a felső ág meghosszabbítása átmegy az origón. Ez a közelítés jól leír egy valódi tirisztort.



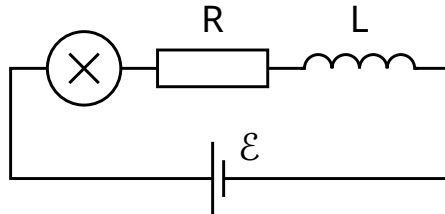
1. ábra: Az X nemlineáris elem $I - V$ karakterisztikája.

- A.1** A grafikon alapján határozd meg az X áramköri elem R_{on} és R_{off} ellenállását az $I - V$ karakterisztika felső, illetve alsó ágában! A középső ágat a következő egyenlet írja le: 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Határozd meg az I_0 és R_{int} paraméterek értékét!

Az X áramköri elem sorba van kötve egy R ellenállással, egy L induktivitással és egy \mathcal{E} ideális feszültségforrással (lásd a 2. ábrát). Az áramkört stacionárius állapotban lévőnek nevezzük, ha az áramerősség időben állandó, $I(t) = \text{const}$.



2. ábra: Áramkör az X elemmel, az R ellenállással, az L induktivitással és az \mathcal{E} feszültségforrással.

- A.2** Mi a 2. ábrán látható áramkör stacionárius állapotainak lehetséges száma, ha \mathcal{E} egy rögzített érték és $R = 3.00 \Omega$? Hogyan változik a válasz, ha $R = 1.00 \Omega$? 1pt

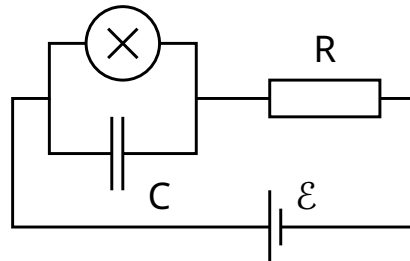
- A.3** Legyen a 2. ábrán látható áramkörben $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ és $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Határozd meg az X áramköri elem $I_{\text{stationary}}$ áramának és $V_{\text{stationary}}$ feszültségének értékét a stacionárius állapotban! 0.6pt

A 2. ábrán látható áramkör stacionárius állapotban van, ahol $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Ezt a stacionárius állapotot stabilnak nevezzük, ha az áramerősség egy kis változtatás (növelés vagy csökkentés) után visszatér a stacionárius állapotba. Ha viszont a rendszer tovább távolodik a stacionárius állapottól, akkor instabilnak nevezzük.

- A.4** Használd az A.3 kérdésben szereplő numerikus értékeket, és tanulmányozd az $I(t) = I_{\text{stationary}}$ áramú stacionárius állapot stabilitását! Stabil (stable) vagy instabil (unstable)? 1pt

Part B. Bistabil, nemlineáris áramköri elemek a fizikában: rádióadó (5 pont)

Most egy új áramköri elrendezést vizsgálunk (lásd a 3. ábrát). Ez alkalommal az X nemlineáris áramköri elem párhuzamosan van kötve egy $C = 1.00 \mu\text{F}$ kapacitású kondenzátorral. Ezt aztán sorbakötjük egy $R = 3.00 \Omega$ ellenállású ellenállással és egy $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ állandó feszültségű ideális feszültségforrással. Kiderül, hogy az áramkör rezgéseket végez, azaz az X nemlineáris áramköri elem az $I - V$ karakterisztika egyik ágáról a másikra ugrik egy ciklus során.



3. ábra: Áramkör az X elemmel, a C kapacitással, az R ellenállással és az \mathcal{E} feszültségforrással.

B.1 Rajzold le a rezgési ciklust az $I-V$ grafikonon, add meg az irányát is (óramutató járásával megegyező vagy azzal ellentétes). Indokold válaszod egyenletekkel és vázlatokkal! 1.8pt

B.2 Vezess le kifejezéseket azon t_1 és t_2 időtartamokra, amelyeket a rendszer az $I-V$ grafikon egyes ágain tölt a rezgési ciklus során! Határozd meg ezek numerikus értékét is! Határozd meg a rezgés T periódusidejét is, feltételezve, hogy az az idő, ami az $I-V$ grafikon egyik ágáról a másik ágára való átugráshoz szükséges, elhanyagolható! 1.9pt

B.3 Becsüld meg a nemlineáris elem egy ciklus alatt disszipálódó átlagos P teljesítményt! Elég a nagyságrendet meghatározni. 0.7pt

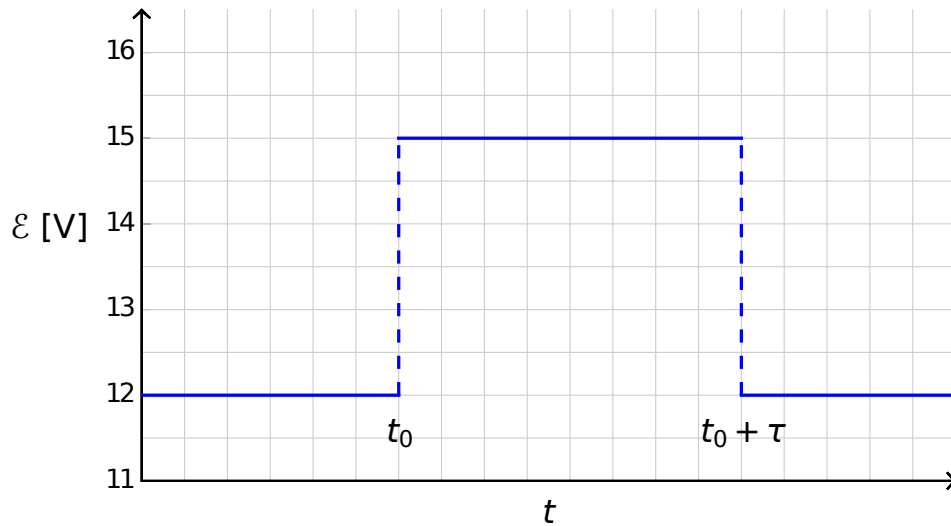
A 3. ábrán látható áramkört egy rádióadóhoz használjuk. Ezért az X áramköri elemet egy s hosszúságú lineáris antenna (egy hosszú, egyenes vezeték) egyik végéhez csatlakoztatjuk. A vezeték másik vége szabad. Az antennában egy elektromágneses állóhullám alakul ki. Az elektromágneses hullám sebessége az antenna mentén ugyanakkora, mint vákuumban. Az adó a rendszer alapharmonikusát használja, melynek periódusideje a **B.2** részben meghatározott T .

B.4 Mi s optimális értéke, feltéve, hogy nem haladhatja meg az 1 km-t? 0.6pt

Part C. Bistabil, nemlineáris áramköri elemek a biológiában: neurisztor (2 pont)

A feladatnak ebben a részében a bistabil, nemlineáris áramköri elemet egy biológiai folyamat modelljeként vizsgáljuk. Egy neuron az emberi agyban a következő tulajdonsággal rendelkezik: ha egy külső jel ingerli, akkor egyetlen rezgést végez, majd visszatér az eredeti állapotába. Ezt a tulajdonságot ingerelhetőségnek nevezzük. Ennek a tulajdonságnak köszönhetően impulzusok haladhatnak végig az idegrendszer alkotó csatolt neuronok hálózatán. Azt a félvezető csipet, amelyet az ingerelhetőség és a jelterjedés utánzására készítenek, *neurisztornak* nevezik (a neuron és a tranzistor szavakból).

Megkísérlünk egy egyszerű neurisztort egy olyan áramkörrel modellezni, mely tartalmazza az eddig vizsgált X nemlineáris elemet. Ezért a 3. ábrán látható áramkörben az \mathcal{E} feszültséget lecsökkentjük $\mathcal{E}' = 12.0$ V-ra. A rezgések megszűnnek, és a rendszer eléri stacionárius állapotát. Aztán a feszültséget hirtelen újra $\mathcal{E} = 15.0$ V-ra növeljük, majd τ időtartam után (ahol $\tau < T$) ismét \mathcal{E}' értékre állítjuk (lásd a 4. ábrát). Kiderül, hogy van egy bizonyos kritikus τ_{crit} érték, és a rendszer minőségileg más viselkedést mutat, ha $\tau < \tau_{\text{crit}}$, illetve ha $\tau > \tau_{\text{crit}}$.



4. ábra: A feszültségforrás feszültsége az idő függvényében.

C.1 Vázold fel az X áramköri elemen folyó $I_X(t)$ áramerősséget az idő függvényében ha $\tau < \tau_{\text{crit}}$, illetve ha $\tau > \tau_{\text{crit}}$! 1.2pt

C.2 Fejezd ki paraméteresen és határozd meg numerikusan is, hogy mekkora az a τ_{crit} kritikus idő, ahol a viselkedés megváltozik. 0.6pt

C.3 Neurisztor-e az áramkör $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s érték esetén? 0.2pt