

Dinámica No Lineal en Circuitos Eléctricos (10 points)

Por favor asegúrese de leer las instrucciones generales dentro del sobre adjunto antes de comenzar a resolver este problema.

Introducción

Los elementos semiconductores no lineales biestables (p. ej. tiristores) son comúnmente usados en elementos electrónicos como interruptores y generadores de oscilaciones electromagnéticas. El campo primario de aplicación de los tiristones es el control de corrientes alternas en electrónica de potencia, como por ejemplo en la rectificación de corrientes AC a DC en la escala de los megavatios. Los elementos biestables también son usados, tanto en la física (tópico de la parte B del problema) como en la biología (parte C) y otros campos de la ciencia no lineal moderna, como sistemas modelo para fenómenos que presentan auto-organización.

Objetivos

Estudiar inestabilidades y dinámica no lineal de circuitos que incluyen elementos con características $I-V$ no lineales.

Descubrir aplicaciones potenciales de tales circuitos en el campo de la ingeniería, así como en el modelamiento de sistemas biológicos.

Parte A. Estados estacionarios e inestabilidades (3 points)

La Fig 1. muestra la denominada **forma de S** de las características $I-V$ de un elemento no lineal X . En el rango de voltaje entre $U_h = 4V$ (el voltaje de umbral inferior) y $U_{th} = 10.0V$ (el voltaje de umbral superior) las características $I-V$ son multivaluadas. Por simplicidad, la Fig. 1 fue escogida lineal por partes (cada rama de la "curva" es una línea recta). Esta aproximación da lugar a una descripción adecuada de tiristores reales.

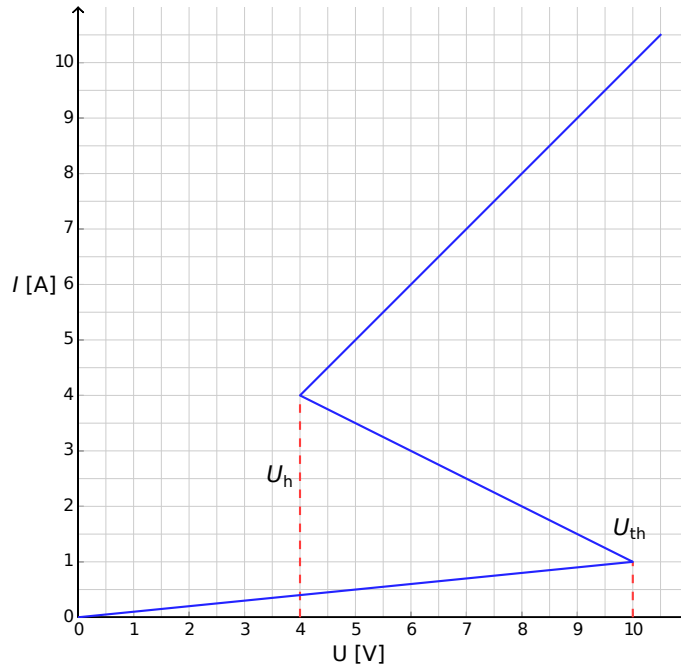


Figura 1: Características $I - V$ del elemento no lineal X .

- A.1** Determine la resistencia R_{on} del elemento X en la rama superior de la curva $I - V$, y la resistencia R_{off} de la rama inferior. La rama intermedia está descrita por la ecuación 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{int}}. \quad (1)$$

Encuentre los valores de los parámetros I_0 y R_{int} .

El elemento X está conectado en serie (ver Fig. 2) con un resistor R , un inductor L y una fuente de voltaje ideal \mathcal{E} . Se dice que el circuito se encuentra en un estado estacionario si la corriente es constante en el tiempo, $I(t) = \text{const.}$

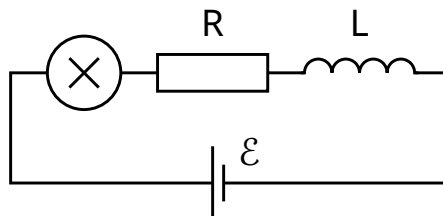


Figura 2: Circuito con elemento X , resistor R , inductor L y fuente de voltaje \mathcal{E} .

A.2 ¿Cuál es el número de estados estacionarios posibles para el circuito de la Fig. 2 dado un valor fijo de \mathcal{E} con $R = 3.00\Omega$? ¿Cómo cambia la respuesta para $R = 1.00\Omega$? 1pt

A.3 Sea $R = 3.00\Omega$, $L = 1.00\mu H$ y $\mathcal{E} = 15.0V$ en el circuito ilustrado en la fig. 2. Determine los valores de la corriente $I_{\text{stationary}}$ y el voltaje $V_{\text{stationary}}$ en el elemento no lineal X en el estado estacionario. 0.6pt

El circuito en la Fig. 2 está en su estado estacionario con $I(t) = I_{\text{estacionario}}$. Se incluye ahora una pequeña fluctuación δI a la corriente: $I(t) = I_{\text{estacionario}} + \delta I$. Si $|\delta I(t)|$ decrece con el tiempo, se dice que el estado estacionario es *estable*. Si incrementa con el tiempo, el estado estacionario se denomina *inestable*.

A.4 Use los valores numéricos de la pregunta **A.3** para estudiar la estabilidad del estado estacionario con $I(t) = I_{\text{estacionario}}$. ¿Cómo cambia $\delta I(t)$ con el tiempo para $\delta I(0) > 0$ y para $\delta I(0) < 0$? ¿Es el estado estacionario estable o inestable? 1pt

Parte B. Tiristores en la física: el radiotransmisor (5 points)

Ahora investigamos una nueva configuración del circuito (ver Fig. 3). En este caso, el elemento no lineal X está conectado en paralelo a un capacitor con capacitancia $C = 1.00\mu F$. Este bloque está conectado en serie a un resistor con resistencia $R = 3.00\Omega$ y a una fuente de voltaje ideal con $\mathcal{E} = 15.0V$. Resulta que este circuito exhibe oscilaciones con el elemento no lineal X saltando de una rama de la curva $I - V$ a otra en el transcurso de un ciclo.

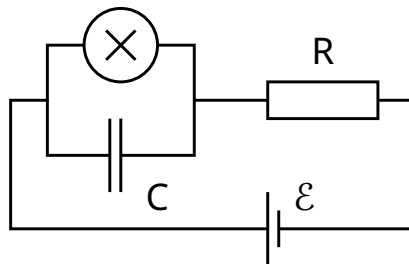


Figura 3: circuito con elemento X , capacitor C , resistor R y fuente de voltaje \mathcal{E} .

B.1 Dibujar el ciclo de oscilación sobre el gráfico $I - V$, incluyendo su dirección (horaria o antihoraria). Justifique su respuesta. 1.8pt

B.2 Encuentre expresiones para los tiempos t_1 y t_2 que el sistema pasa dentro de cada rama de la curva $I - V$ durante el ciclo de oscilación. Determine sus valores numéricos. Encuentre el valor numérico del período de oscilación T asumiendo que el tiempo necesario para los saltos entre ramas de la curva $I - V$ es despreciable. 1.9pt

B.3 Estime la potencia promedio disipada P por el elemento no lineal durante el curso de una oscilación. Una estimación del orden de magnitud es suficiente. 0.7pt

El circuito en la Fig. 3 es usado para construir un radio transmisor. Para esto, el elemento X es conectado a un extremo de una antena lineal de longitud s .

B.4 ¿Cuál es el valor óptimo de s , asumiendo que no puede exceder 1 km? 0.6pt

Parte C. Tiristores en la biología: el neuristor (2 points)

En esta parte del problema, consideramos una aplicación de los tiristores en el modelado de procesos biológicos. Una neurona en un cerebro humano tiene la siguiente propiedad: cuando se le excita con una señal externa, ésta responde con una sola oscilación y luego regresa a su estado inicial. Esto se denomina excitabilidad. Gracias a esta propiedad, los pulsos pueden propagarse dentro de la red de neuronas acopladas que constituyen el sistema nervioso. Un chip semiconductor diseñado para imitar la excitabilidad y la propagación de un pulso se denomina *neuristor* (una mezcla de las términos "neurona" y "transistor").

Intentamos modelar un neuristor simple usando un circuito que incluye el elemento no lineal X que hemos investigado previamente. Para esto, el voltaje \mathcal{E} en el circuito de la Fig. 3 es disminuido al valor $\mathcal{E}' = 12.0V$. Las oscilaciones se detienen y el sistema alcanza su estado estacionario. El voltaje es entonces incrementado de manera súbita de vuelta al valor $\mathcal{E} = 15.0V$ y luego de un período de tiempo τ , el voltaje vuelve al valor \mathcal{E}' (ver Fig. 4). Resulta que existe cierto valor crítico $\tau_{critical}$, y que el sistema muestra un comportamiento cualitativamente diferente para $\tau < \tau_{critical}$ y $\tau > \tau_{critical}$.

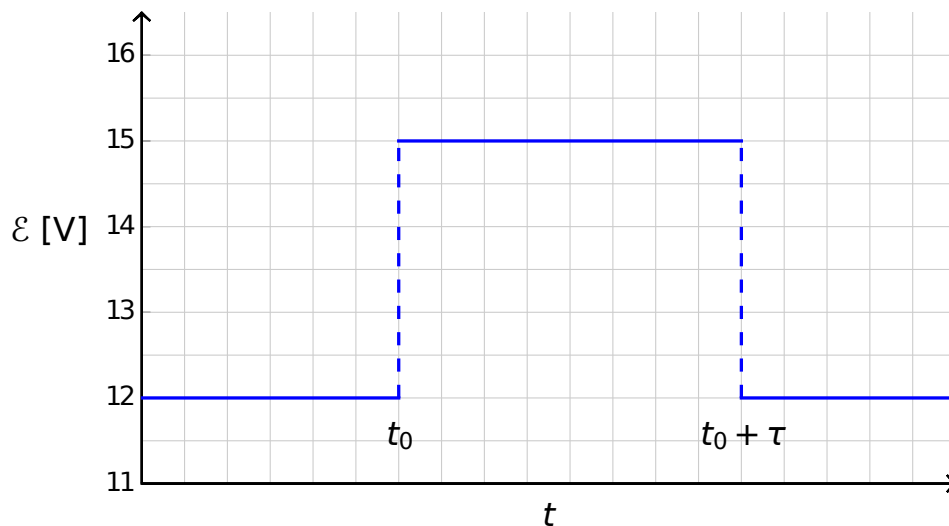


Figura 4: Voltaje de la fuente de voltaje como función del tiempo.

C.1 Dibuje gráficos para la dependencia en el tiempo del corriente $I_X(t)$ en el elemento no lineal X para $\tau < \tau_{critical}$ y $\tau > \tau_{critical}$. 1.2pt

C.2 Encuentre la expresión y el valor numérico del tiempo crítico $\tau_{critico}$ para el cual se tiene un cambio de comportamiento. 0.6pt

C.3 ¿Es el circuito con $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ un neuristor? 0.2pt