

دینامیک غیرخطی در مدارهای الکتریکی (۱۰ نمره)

قبل از شروع این مسئله راهنمایی های کلی را که در پاکت جداگانه به شما داده شده بخوانید.

مقدمه

قطعات نیمرسانای غیرخطی با دو حالت پایا (مثل تریتورها) که در این مسئله به آنها **دوپایا bistable** می‌گوییم، به طور گسترده ای در الکترونیک به عنوان سوئیچ و مولد نوسان های الکترومغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرند. زمینه اولیه کاربرد تریتورها در کنترل جریان های متناوب در الکترونیک قدرتی، مثلا برای یکسو سازی جریان AC به DC در مقیاس مگاوات است.

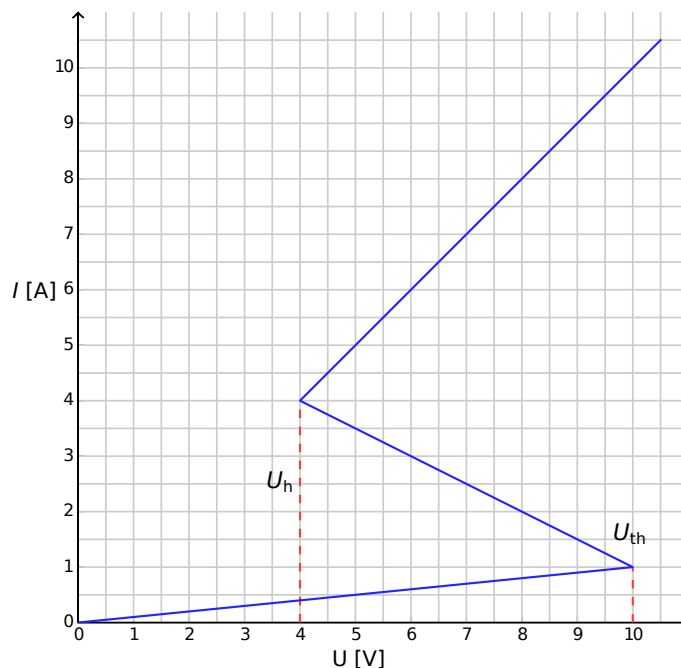
دوپایاها همچنین ممکن است برای مدل کردن پدیده های خودسامان (self-organization) در فیزیک (این موضوع در بخش B مسئله آمده است)، بیولوژی (بخش C) و در دیگر زمینه های علوم غیرخطی نوین مورد استفاده قرار گیرند.

اهداف

مطالعه ناپایداری ها و رفتار دینامیکی غیر بدیهی مدارهایی که شامل عناصری با مشخصه $I - V$ غیرخطی هستند. همچنین، کشف کاربردهای ممکن چنین مدارهایی در مهندسی و مدل کردن سیستم های بیولوژیکی.

بخش A: حالت های پایا و ناپایداری ها (۳ نمره)

شکل (1) نمودار مشخصه $I - V$ را برای یک قطعه غیر خطی X نشان می‌دهد، که اصطلاحاً مشخصه S - شکل نامیده می‌شود. برای ولتاژهای بین $U_h = 4.00 \text{ V}$ (ولتاژ نگهدارنده) و $U_{th} = 10.0 \text{ V}$ (ولتاژ آستانه)، این نمودار مشخصه $I - V$ چند مقداری است. برای سادگی نمودار شکل (1) بصورت تکه ای-خطی در نظر گرفته شده است که در آن هر شاخه قسمتی از یک خط راست است. به طور خاص خط مربوط به شاخه بالایی اگر ادامه می‌یافت از مبدا عبور می‌کرد. این تقریب توصیف خوبی از یک تریتور واقعی می‌دهد.



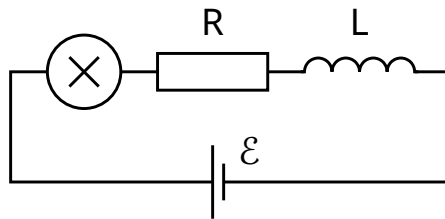
شکل (۱): نمودار مشخصه $I - V$ یک قطعه غیر خطی X

A.1 با استفاده از نمودار، مقاومت R_{on} قطعه X در شاخه بالایی نمودار مشخصه $I - V$ و همچنین R_{off} در شاخه پایینی را تعیین کنید. شاخه میانی با معادله زیر توصیف می شود:

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{int}}. \quad (1)$$

مقادیر پارامترهای I_0 و R_{int} را بدست آورید.

قطعه X را با مقاومت R ، القاگر L و منبع ولتاژ آرمانی \mathcal{E} سری می کنیم (شکل ۲). هر گاه جریان در زمان ثابت باشد $I(t) = \text{const}$ گوییم مدار در حالت پایا است.



شکل ۲: مدار شامل عنصر X ، مقاومت R ، القاگر L و منبع ولتاژ \mathcal{E} .

A.2 برای مقدار معین \mathcal{E} و به ازای $R = 3.00 \Omega$ ، چند حالت پایا در مدار شکل (۲) ممکن است وجود داشته باشد؟ **1pt**
به ازای $R = 1.00 \Omega$ جواب چگونه تغییر می کند؟

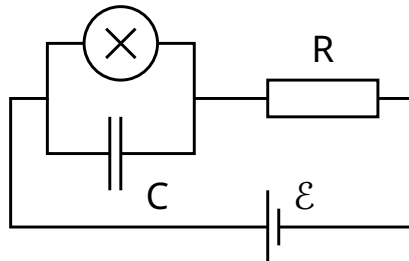
A.3 در مدار شکل (۲) فرض کنید $R = 3.00 \Omega$ ، $L = 1.00 \mu\text{H}$ و $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. مقادیر جریان $I_{\text{stationary}}$ و ولتاژ $V_{\text{stationary}}$ عنصر X در حالت پایا را محاسبه کنید. **0.6pt**

فرض کنید مدار شکل (۲) در حالت تعادل قرار دارد و $I(t) = I_{\text{stationary}}$. این حالت پایا پایدار است اگر با افزودن یا کاستن جریان به مقدار بسیار کوچک، جریان دوباره به سمت مقدار تعادلی خود برگردد. بر عکس اگر تغییرات سیستم طوری باشد که از موضع تعادل دور شود به آن تعادل ناپایدار می گوییم.

A.4 از مقادیر عددی بخش A.3 استفاده کرده و پایداری حالت تعادل به ازای $I(t) = I_{\text{stationary}}$ را مطالعه کنید. **1pt**
تعادل پایدار است یا ناپایدار؟

بخش B: عناصر غیر خطی دوپایا در فیزیک: فرستنده رادیویی (۵ نمره)

حال یک پیکربندی دیگر الکتریکی به صورت مدار شکل (۳) را بررسی می کنیم. این بار قطعه غیر خطی X با یک خازن به ظرفیت $C = 1.00 \mu\text{F}$ موازی شده است. سپس این مجموعه با مقاومت $R = 3.00 \Omega$ و منبع ولتاژ ثابت $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ سری شده است. مشاهده خواهیم کرد که این مدار دستخوش نوسان هایی می شود که در آن قطعه X در هر دوره نوسان از یک شاخه نمودار مشخصه $I - V$ به یک شاخه دیگر می پرد.



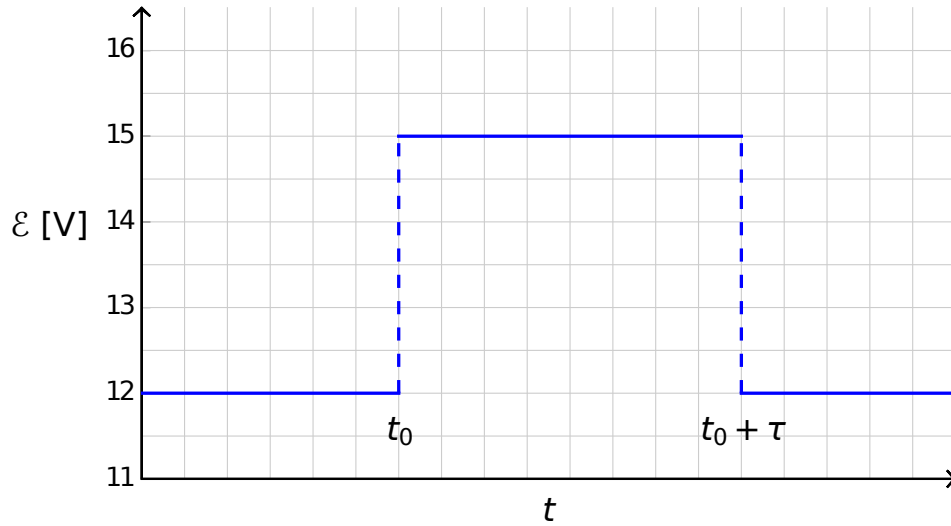
شکل ۳: مدار شامل قطعه X ، مقاومت R ، خازن C و منبع ولتاژ \mathcal{E} .

B.1	یک سیکل نوسان را در نمودار $I - V$ رسم کنید که در آن جهت (ساعتگرد یا پاد ساعتگرد) نیز مشخص باشد. 1.8pt
B.2	برای هر دوره نوسان عبارت هایی برای بازه های زمانی t_1 و t_2 که سیستم در هر شاخه از نمودار مشخصه $I - V$ سپری می کند پیدا کنید و مقدار عددی آنها را به دست آورید. با فرض اینکه مدت زمان لازم برای جهش بین شاخه ها در نمودار $I - V$ قابل صرفنظر کردن باشد مقدار عددی زمان تناوب نوسان را پیدا کنید. 1.9pt
B.3	متوسط توان تلف شده P بوسیله قطعه غیرخطی را در دوره یک نوسان تخمین بزنید. فقط تعیین مرتبه بزرگی کافیست. 0.7pt
B.4	مدار شکل (۳) برای ساختن یک فرستنده رادیویی استفاده شده است. برای این منظور قطعه X به یک سر یک آنتن خطی، که یک سیم دراز و صاف به طول s است، وصل شده است. سر دیگر سیم آزاد است. در آنتن امواج ایستاده الکترومغناطیسی تشکیل می شود. سرعت انتشار امواج در طول آنتن همانند خلا است. فرستنده در هماهنگ اصلی دستگاه کار می کند که دارای دوره تناوب T مشابه سوال بخش B.2 است. مقدار بهینه طول s چقدر است؟ فرض کنید طول آن نمی تواند بیشتر از 1 km باشد. 0.6pt

بخش عناصر: C غیر خطی دویایا در بیولوژی: نوریستور (۲ نمره)

در این بخش از مسئله یکی از کاربردهای عناصر غیر خطی دویایا برای مدل کردن فرایندهای بیولوژیکی را بررسی می کنیم. یک نورون در مغز انسان دارای این ویژگی است که وقتی بوسیله یک سیگنال خارجی تحریک می شود یک تک نوسان انجام داده و سپس به حالت اولیه خود برمی گردد. این ویژگی تحریک پذیری نامیده می شود. به دلیل این ویژگی پالس ها می توانند در شبکه ای از نورون های جفت شده که سیستم عصبی را تشکیل می دهند منتشر شوند. یک تراشه نیمه رسانا که برای شبیه سازی تحریک پذیری و نحوه انتشار پالس طراحی شده است را نوریستور می نامند (ترکیبی از کلمات نورون و ترانزیستور).

حال تلاش می کنیم با استفاده از مداری شامل قطعه X که آن را مطالعه کردیم یک نوریستور ساده طراحی کنیم. برای این منظور ولتاژ \mathcal{E} در مدار شکل (۳) را به مقدار $\mathcal{E}' = 12.0 \text{ V}$ کاهش می دهیم. نوسانات متوقف می شوند و سیستم به حالت تعادل می رسد. سپس سریعاً ولتاژ را افزایش داده و به مقدار $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ می رسانیم و بعد از مدت زمان τ (که $\tau < T$) دوباره آن را به مقدار \mathcal{E}' می رسانیم (شکل ۴ را ببینید). مشاهده می کنیم که یک مقدار مشخص بحرانی τ_{crit} وجود دارد که سیستم بطور کیفی رفتارهای متفاوت برای $\tau < \tau_{\text{crit}}$ و $\tau > \tau_{\text{crit}}$ نشان می دهد.



شکل ۴: ولتاژ منبع ولتاژ بر حسب زمان.

C.1 برای دو حالت متفاوت $\tau < \tau_{\text{crit}}$ و $\tau > \tau_{\text{crit}}$ نمودار جریان $I_X(t)$ قطعه X را بر حسب زمان رسم کنید. **1.2pt**

C.2 عبارتی برای زمان بحرانی τ_{crit} که به ازای آن نحوه رفتار دستگاه تغییر می کند به دست آورید و مقدار عددی آن را تعیین کنید. **0.6pt**

C.3 آیا مداری با $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s یک نورستور است؟ **0.2pt**