דינאמיקה לא ליניארית במעגלים חשמליים (10 נקודות)

אנא קיראו את ההוראות הכלליות שבמעטפה הנפרדת לפני תחילת העבודה.

מבוא

מוליכים למחצה לא ליניאריים בעל שני מצבים יציבים (לדוגמא thyristors) נמצאים בשימוש נרחב באלקטרוניקה בתור מתגים ומחוללים של תנודות אלקטרומגנטיות. תחום השימושים המרכזי של thyristors הוא בקרה על זרמי חילופין, לדוגמא, המרה בין זרם חילופין לזרם ישר בסקלות של מגהוואט. רכיבים בעלי שני מצבים יציבים יכולים לשמש גם בתור מודלים עבור תופעות של התארגנות עצמית בפיזיקה (חלק ב של בעיה זו), ביולוגיה (חלק ג) ותחומים אחרים של מדע לא ליניארי מודרני.

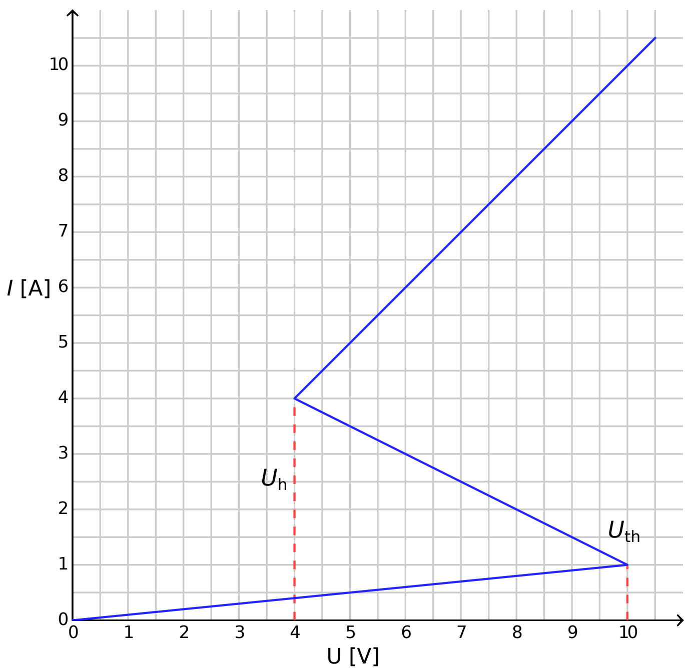
מטרות

ללמוד על אי יציבות ועל דינאמיקה לא טרוויאלית של מעגלים הכוללים רכיבים עם אופיין $I-V$ לא ליניארי.

לגלות שימושים אפשריים של מעגלים כאלו בהנדסת מערכות ביולוגיות ובמידול שלהן.

חלק א. מצבים עמידים ומצבים לא יציבים (3 נקודות)

תרשים 1 מציג מה שנקרא אופיין $I-V$ בעל **צורת S** של רכיב לא ליניארי X. בתחום מתחים בין $U_{\mathrm{h}}=4.00\ \mathrm{V}$ (מתח הקצה) ל- $U_{\mathrm{th}}=10.0\ \mathrm{V}$ (מתח הסף) האופיין $I-V$ הוא רב-ערכי. לשם פשטות הגרף שבתרשים 1 נבחר להיות ליניארי למקוטעין (כל ענף הוא קטע מתוך קו ישר) בפרט, המשכו של הקו בענף העליון עובר דרך ראשית הצירים. קירוב זה הוא תיאור טוב של thyristors אמיתיים.

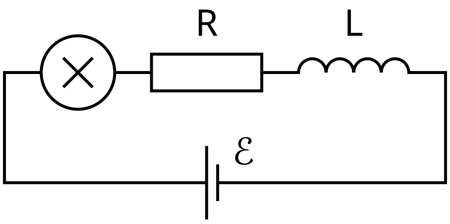


תרשים 1: אופיין $I-V$ של רכיב לא ליניארי X.

A.1	באמצעות הגרף, קבעו את ההתנגדות R_{on} של הרכיב X בענף העליון של אופיין ה- $I-V$, ואת R_{off} בענף התחתון. הענף האמצעי מתואר על ידי המשוואה $$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \qquad (1)$$ מצא את ערכם של הפרמטרים I_0 ו- R_{int}.	0.4pt

הרכיב X מחובר בטור (ראה תרשים 2) לנגד R, לסליל L ולמקור מתח אידיאלי $\mathcal{E}$.

אומרים שהמעגל במצב עמיד אם הזרם קבוע בזמן, $I(t) = \text{const}$.



תרשים 2: מעגל עם רכיב X, נגד R, סליל L ומקור מתח $\mathcal{E}$.

A.2	מה מספר המצבים העמידים האפשריים שיכולים להיות למעגל שבתרשים 2 עבור ערך קבוע של $\mathcal{E}$ ו- $R = 3.00\ \Omega$? איך התשובה משתנה עבור $R = 1.00\ \Omega$?	1pt

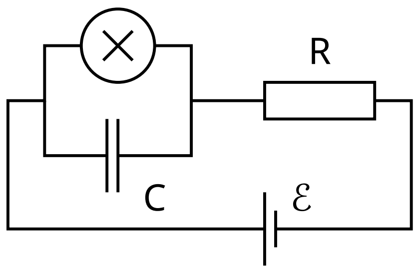
A.3	יהיו $L = 1.00\ \mu\text{H}$, $R = 3.00\ \Omega$ ו- $\mathcal{E} = 15.0\ \text{V}$ במעגל של תרשים 2. קיבעו את הערך של הזרם $I_{\text{stationary}}$ והמתח $V_{\text{stationary}}$ על הרכיב הלא ליניארי X במצב עמיד.	0.6pt

המעגל שבתרשים 2 נמצא במצב עמיד עם $I(t) = I_{\text{stationary}}$. אומרים שהמצב העמיד הוא יציב אם לאחר שינוי קטן (עלייה או ירידה בזרם), הזרם חוזר לכיוון המצב העמיד. ואילו אם המערכת ממשיכה להתרחק מהמצב העמיד, אז אומרים שהוא לא יציב.

A.4	השתמשו בערכים המספריים של שאלה **A.3** וחקרו את היציבות של המצב העמיד עבור $I(t) = I_{\text{stationary}}$. האם המצב העמיד יציב או לא יציב?	1pt

חלק ב. רכיבים לא ליניארים בעלי שני מצבים יציבים בפיזיקה: משדר רדיו (5 נקודות)

כעת אנו נחקור מעגל אחר (תרשים 3). הפעם, הרכיב הלא ליניארי X מחובר במקביל לקבל בעל קיבול $C = 1.00\ \mu\text{F}$ ולאחר מכן בטור לנגד בעל התנגדות $R = 3.00\ \Omega$ ולמקור מתח אידיאלי וקבוע $\mathcal{E} = 15.0\ \text{V}$. מסתבר שמעגל זה מבצע תנודות כאשר במהלך מחזור אחד של התנודות הרכיב הלא ליניארי X קופץ בין ענף אחד של אופיין ה $I-V$ שלו לענף אחר.



תרשים 3: מעגל עם רכיב X, קבל C, נגד R ומקור מתח $\mathcal{E}$.

B.1	ציירו את מחזור התנודות על גרף ה- $I-V$, כמו גם את מגמת המחזור (עם כיוון השעון או נגד כיוון השעון). הצדיקו את תשובתכם באמצעות משוואות ותרשימים.	1.8pt

B.2	מצאו ביטויים לזמנים t_1 ו- t_2 שהמערכת שוהה בכל אחד מהענפים של גרף ה $I-V$ במהלך מחזור תנודות אחד. קבעו את הערכים המספריים שלהם. מצאו את הערך המספרי T של אורך המחזור, הניחו שהזמן הדרוש לקפיצה בין ענפים שונים של גרף ה- $I-V$ הוא זניח.	1.9pt

B.3	העריכו את ההספק הממוצע P על פני מחזור אחד אשר נפלט על ידי הרכיב הלא ליניארי. הערכת סדר גודל מספיקה.	0.7pt

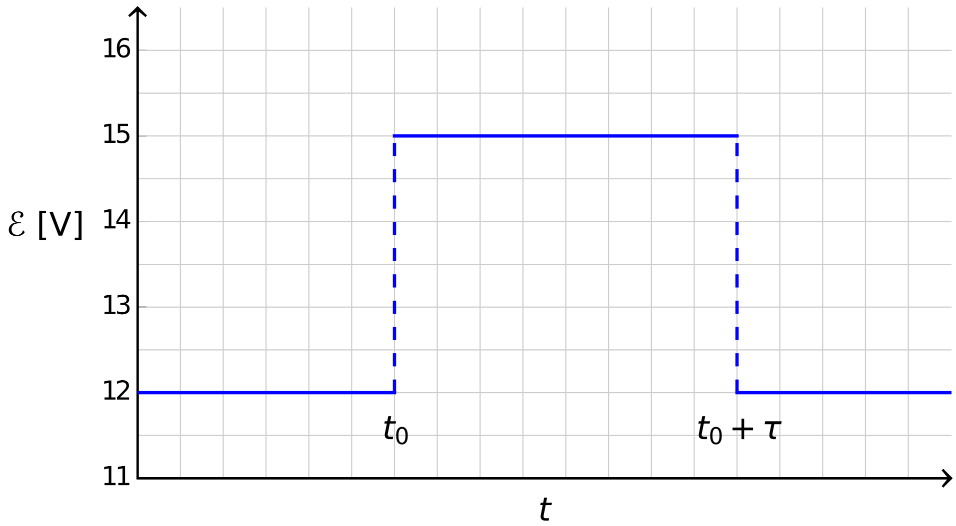
המעגל שבתרשים 3 משמש לבניית משדר רדיו. לשם כך, הרכיב X מחובר לאחד הקצוות של אנטנה (כבל ארוך וישר) באורך s. הקצה השני של הכבל חופשי. באנטנה נוצר גל אלקטרומגנטי עומד. המהירות של גלים אלקטרומגנטיים לאורך האנטנה היא כמו בריק. המשדר משתמש בהרמוניה הראשית של המערכת, אשר לה זמן מחזור T של שאלה **B.2**.

B.4	מה הערך האופטימלי של s בהנחה שהוא לא יכול להיות גדול מ $1\ \mathrm{km}$.	0.6pt

חלק ג. רכיבים לא ליניארים בעלי שני מצבים יציבים בביולוגיה: neuristor (2 נקודות)

בחלק זה של השאלה, אנו דנים בשימוש של רכיבים לא ליניארים בעלי שני מצבים יציבים עבור מידול של תהליכים ביולוגיים. לניורון במוח האנושי יש את התכונה הבאה: כאשר הוא מעורר ע"י אות חיצוני, הוא מבצע תנודה אחת ואז חוזר למצבו ההתחלתי. תכונה זו נקראת יכולת-עירור. בגלל תכונה זו, אותות יכולים להתקדם ברשת של ניורונים מצומדים אשר מרכיבים את מערכת העצבים. מוליך למחצה אשר מתוכנן לחקות את יכולת העירור, ואת התקדמות האותות נקרא neuristor (מהמילים neuron ו transistor).

אנו מנסים למדל neuristor פשוט באמצעות מעגל המכיל את הרכיב הלא ליניארי X שחקרנו קודם לכן. לשם כך, מורידים את המתח $\mathcal{E}$ בתרשים 3 לערך $\mathcal{E}' = 12.0\ \mathrm{V}$. התנודות נפסקות והמערכת מגיעה למצב היציב שלה. אז, מעלים את המתח במהירות בחזרה לערך $\mathcal{E} = 15.0\ \mathrm{V}$, ולאחר זמן τ (כאשר $\tau < T$), משנים את המתח בחזרה לערך $\mathcal{E}'$ (ראו תרשים 4). מסתבר שיש ערך קריטי $\tau_{\mathrm{crit.}}$, כך שהמערכת מציגה התנהגות איכותית שונה עבור $\tau < \tau_{\mathrm{crit}}$ ועבור $\tau > \tau_{\mathrm{crit}}$.



תרשים 4: המתח של מקור המתח כפונקציה של הזמן.

C.1	שרטטו גרף איכותי של הזרם $I_X(t)$ דרך הרכיב הלא ליניארי X כתלות בזמן, עבור $\tau < \tau_{\rm crit}$ ועבור $\tau > \tau_{\rm crit}$.	1.2pt
C.2	מצאו את הביטוי ואת הערך המספרי של הזמן הקריטי $\tau_{\rm crit}$ עבורו מתבצע שינוי מצבים.	0.6pt
C.3	האם מעגל עם $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s הוא neuristor ?	0.2pt