

## 전기회로에서의 비선형 동역학 (10 점)

문제를 풀기 전에 동봉된 일반 지시사항을 꼭 읽으세요.

### 서론

사이리스터 (thyristor) 와 같이 두 개의 안정적인 (쌍안정) 상태를 가지는 비선형 반도체 소자는 스위치나 전자기 진동의 발전기와 같은 전자 제품에 널리 사용된다. 사이리스터의 주요 응용 분야는 메가 와트 규모의 AC 전류를 DC 로 정류 하는 전력 소자에서 교류 전류를 제어하는 것이다. 쌍안정 요소는 물리학과 생물학 및 다양한 현대 비선형 과학에서 나타나는 자기 조직화 (Self-organization) 현상의 모델 시스템으로도 고려될 수 있다. 파트 B 에서는 물리학 분야에서, 파트 C 에서는 생물학 분야에서 응용되는 쌍안정 소자에 대해 알아보도록 한다.

### 탐구 목표

비선형 전류-전압 ( $I - V$ ) 특성을 가지는 소자를 포함하는 전기회로에서 불안정성과 주요 동역학을 알아본다. 공학과 생물 시스템의 모델링 분야에서 이러한 회로의 응용 가능성을 알아본다.

### 파트 A. 정상 상태와 불안정성 (3 점)

그림 1 에서 어떤 쌍안정 소자  $X$  의 소위 S-형태라 불리는 비선형  $I - V$  특성 곡선을 볼 수 있다. 소자  $X$  에 걸리는 전압을  $U$  라 할 때,  $U_h = 4.00 \text{ V}$  (유지 전압, holding voltage) 과  $U_{th} = 10.0 \text{ V}$  (문턱 전압, threshold voltage) 사이에서  $I - V$  특성 곡선은 다중값을 가지고 있다. 문제를 간단히 하기 위해, 그림 1 에서 여러 조각으로 구성된 선형 (piece-wise linear) 으로 (각 구간의 선을 직선으로) 취급한다. 특히, 가장 위 구간의 직선은 연장해서 그리면 원점을 통과한다. 이것은 실제 사이리스터의 설명하기 위해 적절한 근사이다.

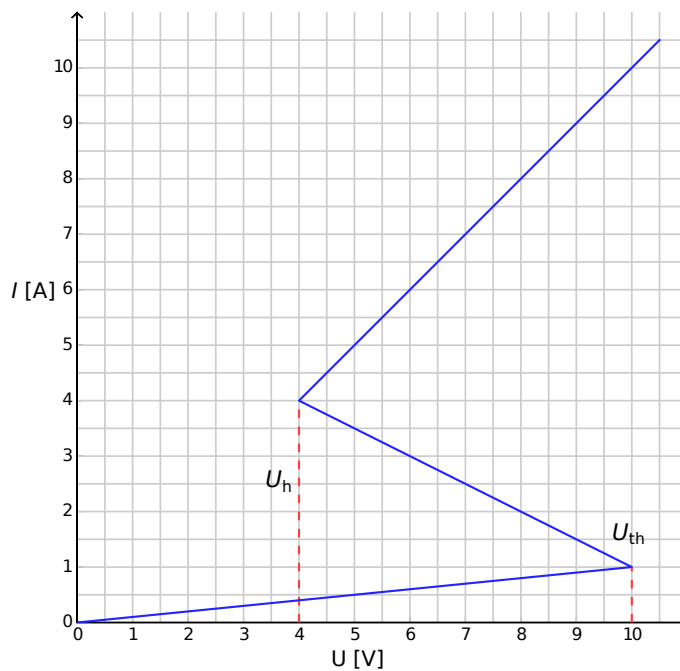


그림 1: 비선형 소자  $X$  의 전류-전압 ( $I - V$ ) 특성 곡선.

- A.1**  $I - V$  특성 그래프에서 가장 위 구간 직선 영역에서 소자  $X$ 의 저항값  $R_{\text{on}}$ 과 가장 아래 구간 직선 영역에서 저항값  $R_{\text{off}}$ 을 각각 구하시오. 가운데 구간의 직선은 다음 수식으로 표현된다. 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

$I_0$  and  $R_{\text{int}}$  값을 구하시오.

그림 2와 같이 비선형 소자  $X$ 가 저항  $R$ 과 인덕터  $L$  그리고 이상적인 전원 (voltage source)  $\mathcal{E}$ 에 직렬로 연결되어 있다. 전류가 시간에 무관한 상수값, 즉  $I(t) = \text{const}$ 일 때 회로는 정상상태 (stationary state)에 있다고 한다.

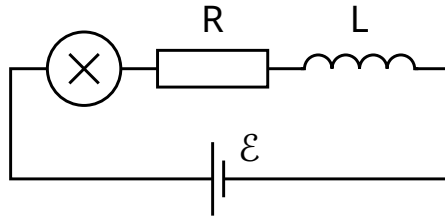


그림 2: 소자  $X$ , 저항  $R$ , 인덕터  $L$ , 전원  $\mathcal{E}$ 로 구성된 회로

- A.2** 저항  $R = 3.00 \Omega$ 일 때,  $\mathcal{E}$  값이 변함에 따라 그림 2의 회로에서 가능한 정상 상태는 몇개인가? 저항  $R = 1.00 \Omega$ 의 경우는 어떠한가? 1pt

- A.3** 그림 2에서  $R = 3.00 \Omega$ ,  $L = 1.00 \mu\text{H}$ ,  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ 일 때, 비선형 소자  $X$ 에 흐르는 정상 상태에서 전류값  $I_{\text{stationary}}$ 과 비선형 소자 양단의 전압  $V_{\text{stationary}}$ 을 구하시오. 0.6pt

그림 2의 회로가  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ 인 정상상태에 있다고 하자. 어떤 정상상태에서 전류값이 조금 커지거나 줄어든 뒤에 다시 원래의 정상상태의 값으로 돌아오면 안정적 (stable)이라고 한다. 반면에, 이 경우와 달리 전류값이 조금 변하면 그 뒤로 정상상태에서 점점 벗어나는 값을 가지게 되는 경우들을 불안정한 (unstable) 상태라고 말한다.

- A.4** 문제 A.3에 주어진 값들을 사용하여  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ 인 정상상태의 안정성을 따져보라. 문제 A.3에서 구한 정상상태는 안정적인가 또는 불안정한가? 이를 설명하시오. 1pt

### 파트 B. 물리학에서 쌍안정한 비선형 소자: 무선 송신기 (5 점)

그림 3과 같이 새로운 회로의 구성을 살펴보자. 비선형 소자  $X$ 는 축전지 ( $C = 1.00 \mu\text{F}$ )에 병렬로 연결되어 있다. 병렬 연결된 소자  $X$ 와 축전지는 저항 ( $R = 3.00 \Omega$ )과 이상적인 전원 ( $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ )에 직렬로 연결되어 있다. 이 회로에서 세 직선중 한 직선 부분에서 다른 직선 부분으로 전류가 갑자기 튀면서 (jumping) 전류가 계속적으로 변화하는 주기적 진동 (oscillation, 왕복)의 순환 사이클을 반복하고 있다.

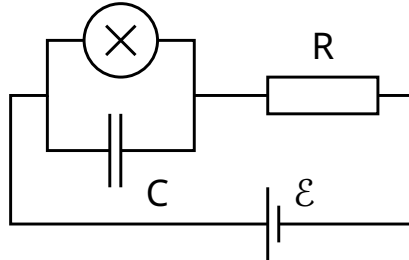


그림 3: 소자  $X$ , 축전지  $C$ , 저항  $R$ , 전원  $\mathcal{E}$  로 구성된 회로

**B.1**  $I - V$  그래프에 순환 사이클 (oscillation cycles) 을 방향을 포함해서 (시계방향 또는 반시계방향) 그리시오. 수식과 그래프상 스케치를 이용하여 당신의 답이 맞는 이유를 나타내시오. 1.8pt

**B.2**  $I - V$  그래프에서 순환 사이클이 각 영역에서 머무르는 시간  $t_1$  과  $t_2$  를 수식으로 표현하십시오. 주어진 회로 소자 값들을 넣어 각 영역에서 머무르는 시간 값을 구하십시오.  $I - V$  그래프 상의 한 직선 구간에서 다른 직선 구간으로 갑자기 튀는데 걸리는 시간을 무시할 수 있다면, 상태변화 주기  $T$  는 얼마인가? 1.9pt

**B.3** 한 사이클이 일어나는 동안 비선형 소자에서 소모되는 평균 전력  $P$  를 구하십시오. 해답은 값의 대략적 자릿수 크기 (order of magnitude, 승수) 로 충분하다. 0.7pt

그림 3 의 회로는 무선 송신기를 만드는데 사용된다. 소자  $X$  가 길이  $s$  인 선형 안테나 (긴 직선의 도선) 에 끝에 붙어 있다. 도선의 다른 쪽에는 아무것도 붙어있지 않다. (한쪽은 자유단이고 다른 쪽은 고정되어 있다.) 이 안테나에서 전자기파는 정상파를 이룬다. 안테나에서 전자기파의 속도는 진공에서 속도와 같다. 송신기는 질문 **B.2** 에서 주기가  $T$  인 전자기파의 기본 진동수의 주요 배수파 (main harmonic) 을 이용한다.

**B.4**  $s$  값은 1 km 를 넘지 않는다고 할 때, 최적의  $s$  값은 얼마인가? 0.6pt

### 파트 C. 생물학에서 쌍안정한 비선형 소자: 뉴리스터 (neuristor) (2 점)

이번 C 파트에서는 생물학적 과정의 모델링으로 쌍안정한 비선형 소자의 응용을 고려해 보자. 인간의 뇌에서 신경 세포는 다음과 같은 속성을 가진다: 외부 신호에 의해 흥분 될 때, 신경은 한 번 진동을 한 후 초기 상태로 돌아간다. 이 기능은 흥분이라고 한다. 이러한 특성 때문에, 신경망을 구성하는 뉴런 (신경세포) 네트워크에 펄스가 전달된다. 이러한 흥분과 펄스의 전파를 모방해서 만든 반도체 칩을 neuristor (neuron 과 transistor 의 합성어) 라고 한다.

위에서 사용된 비선형 소자  $X$  를 포함한 회로를 이용해 간단한 뉴리스터 (neuristor) 를 구현해보자. 이 목적을 위해, 그림 3 의 회로에서 전원  $\mathcal{E}$  을  $\mathcal{E}' = 12.0 \text{ V}$  로 줄인다. 이에 따라 순환 사이클이 정지하고 회로가 정상상태에 도달했다. 그 후, 전압이 급속하게 이전의 값  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$  으로 증가했다가 시간  $\tau$  ( $\tau < T$ ) 이후 다시  $\mathcal{E}'$  값으로 돌아간다. (그림 4 를 보시오.) 특정 임계값  $\tau_{\text{crit}}$  을 경계로  $\tau < \tau_{\text{crit}}$  일 때와  $\tau > \tau_{\text{crit}}$  일 때, 회로는 매우 다른 현상을 보인다.

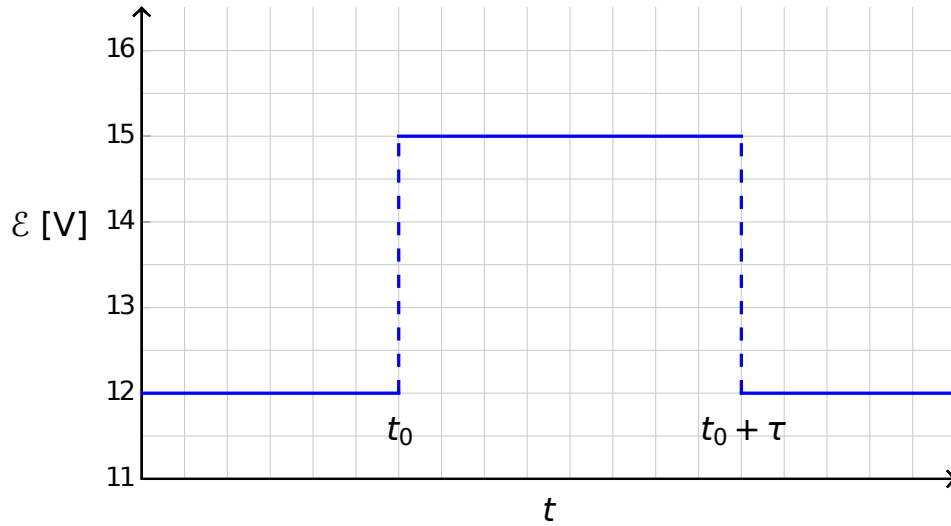


그림 4: 시간에 따른 전원의 전압.

**C.1**  $\tau < \tau_{\text{crit}}$  와  $\tau > \tau_{\text{crit}}$  일 때의, 각각의 경우 비선형 소자  $X$  를 흐르는 전류  $I_X(t)$  의 시간에 따른 변화를 그래프로 표시하시오. 1.2pt

**C.2** 목적인 의도대로 스위치 회로가 작동하기 위한 임계값  $\tau_{\text{crit}}$  을 수식으로 보이고 그 값을 계산하시오. 0.6pt

**C.3**  $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$  s 인 회로는 뉴리스터 (neuristor) 인가? 0.2pt