Nelineārā dinamika elektriskajās ķēdēs (10 punkti)

Pirms sāc risināt šo uzdevumu, izlasi vispārīgos norādījumus, kas atrodami atsevišķajā aploksnē.

Ievads

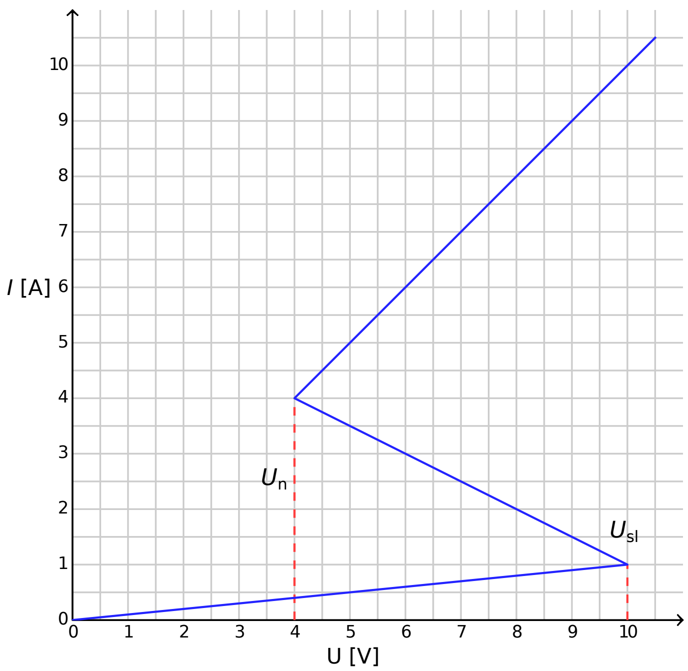
Nelineāri bistabili pusvadītāju elementi (piemēram, tiristori) tiek plaši lietoti elektriskajos slēdžos un elektromagnētisko svārstību ģeneratoros. Primārais tiristoru pielietojums ir maiņstrāvas regulēšana elektroapgādes elektronikā, piemēram, maiņstrāvas pārveidošanai uz līdzstrāvu pie megavatu slodzes. Bistabilus elementus izmanto arī fizikā, modelējot pašorganizācijas parādības (šim tematam ir veltīta uzdevuma B daļa), ķīmijā (skaties C daļu) un citās modernās nelineārās zinātnes jomās.

Mērķi

Izpētīt nestabilitāti un netriviālu dinamiku elektriskajos slēgumos, kas satur elementus ar nelineāru $I-V$ raksturlīkni. Atklāt iespējamos šādu slēgumu pielietojumus inženierijā un bioloģisko sistēmu modelēšanā.

A daļa. Stacionārie stāvokļi un to stabilitāte (3 punkti)

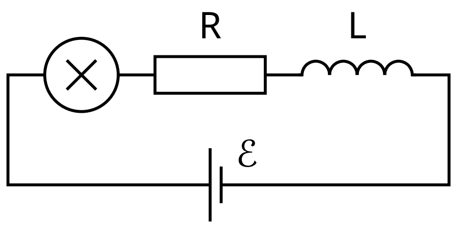
1. attēlā ir redzama nelineāra elementa X, tā sauktā, **S formas** $I-V$ raksturlīkne. Sprieguma intervālā no $U_{\mathrm{n}} = 4.00\ \mathrm{V}$ (notures spriegums) līdz $U_{\mathrm{sl}} = 10.0\ \mathrm{V}$ (sliekšņa spriegums) šai voltampēra raksturlīknei ir vairākas vērtības. Vienkāršības labad, grafiks 1. attēlā ir tuvināts ar lauztu līniju (katrs līnijas segments ir taisnes nogrieznis). Šajā gadījumā augšējais nogrieznis, ja to pagarinātu, izietu cauri koordinātu sākumpunktam. Šāds tuvinājums labi apraksta reālu tiristoru.



1. attēls: Nelineārā elementa X voltampēra $I-V$ raksturlīkne .

A.1	Izmantojot grafiku, nosaki elementa X pretestību R_{on} augšējam $I-V$ raksturlīknes nogrieznim un R_{off} apakšējajam nogrieznim. Vidējo nogriezni apraksta vienādojums: $$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \qquad (1)$$ Aprēķini parametru I_0 un R_{int} vērtības.	0.4pt

Elements X ir saslēgts virknē ar rezistoru R, spoli L un ideālu sprieguma avotu $\mathcal{E}$, skaties 2. attēlu. Ja strāva ir laikā nemainīga, $I(t) = \text{const}$, tad tiek teikts, ka slēgums ir nonācis stacionārā stāvoklī.



2. attēls: Elementa X, rezistora R, spoles L un sprieguma avota $\mathcal{E}$ slēguma shēma.

A.2	Cik ir iespējamo stacionāro stāvokļu 2. attēlā redzamajam slēgumam pie fiksēta $\mathcal{E}$ un $R = 3.00\ \Omega$? Kāda ir atbilde, ja $R = 1.00\ \Omega$?	1pt

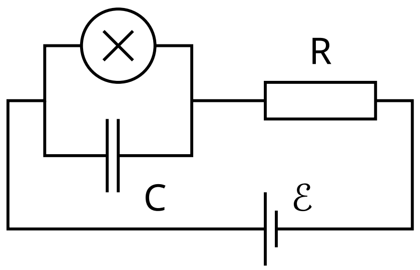
A.3	2. attēlā dotajā slēgumā $R = 3.00\ \Omega$, $L = 1.00\ \mu\text{H}$ un $\mathcal{E} = 15.0\ \text{V}$. Aprēķini strāvas $I_{\text{stacionārais}}$ un sprieguma $U_{\text{stacionārais}}$ vērtības uz nelineārā elementa X stacionārajā stāvoklī.	0.6pt

2. attēlā redzamais slēgums ir nonācis stacionārā stāvoklī ar $I(t) = I_{\text{stacionārais}}$. Stacionāro stāvokli sauc par *stabilu*, ja pēc mazas novirzes (strāvas pieauguma vai samazināšanās), strāvas vērtība atgriežas stacionārajā stāvoklī. Savukārt, ja sistēma turpina virzīties prom no stacionārā stāvokļa, tad tiek teikts, ka stāvoklis ir *nestabils*.

A.4	Izmanto skaitliskās vērtības no jautājuma **A.3** un izpēti stacionārā stāvokļa $I(t) = I_{\text{stacionārais}}$ stabilitāti. Vai tas ir stabils vai nestabils?	1pt

B daļa. Bistabils nelineārs elements fizikā: radiosignāla raidītājs (5 punkti)

Tālāk aplūkosim jaunu slēguma konfigurāciju (skaties 3. attēlu). Šoreiz nelineārais elements X ir slēgts paralēli ar kondensatoru ar kapacitāti $C = 1.00\ \mu\text{F}$. Šī slēguma daļa ir savienota virknē ar rezistoru ar pretestību $R = 3.00\ \Omega$ un ideālu sprieguma avotu ar spriegumu $\mathcal{E} = 15.0\ \text{V}$. Izrādās, ka šajā slēgumā ir iespējamas svārstības, kurās nelineārais elements X viena cikla laikā pārslēdzas ar pārlecienu starp $I-V$ raksturlīknes nogriežņiem.



3. attēls: Elementa X, kondensatora C, rezistora R un sprieguma avota $\mathcal{E}$ slēguma shēma.

B.1	Iezīmē $I-V$ grafikā svārstību ciklu, norādot arī izmaiņu virzienu (pulksteņa rādītāja kustības virzienā vai pretēji tam). Pamato savu atbildi ar vienādojumiem un skicēm.	1.8pt

B.2	Atrod izteiksmes t_1 un t_2 aprēķināšanai, cik ilgi sistēma pavada katrā no $I-V$ grafika taisnajiem gabaliem svārstību perioda laikā. Aprēķini iegūto izteiksmju skaitliskās vērtības. Aprēķini svārstību periodu T, pieņemot, ka laiks, kas nepieciešams pārlēkšanai no viena raksturlīknes nogriežņa uz citu, ir neievērojami mazs.	1.9pt

B.3	Novērtē vidējo jaudu P, kas izdalās nelineārajā elementā viena svārstību cikla laikā. Ir pietiekami aprēķināt lieluma kārtu.	0.7pt

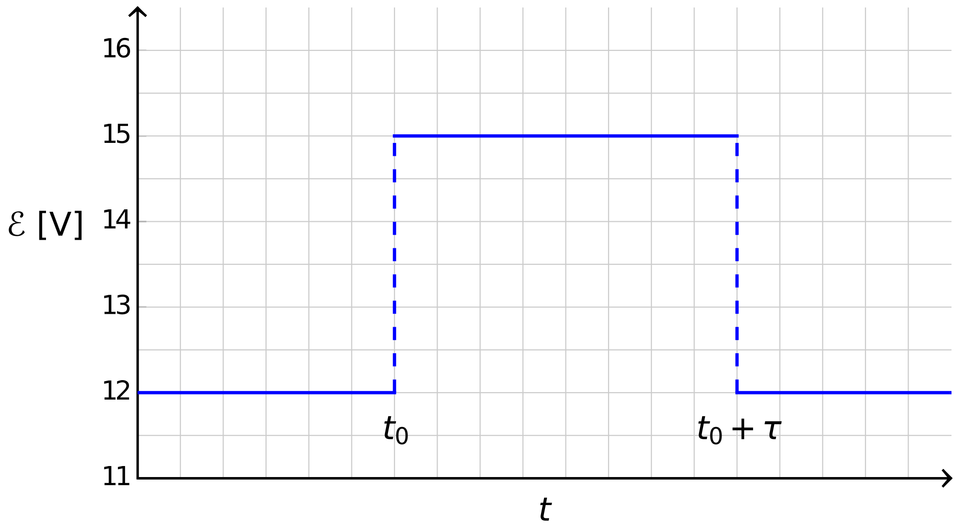
Ar 3. attēlā redzamo slēgumu var izveidot radio raidītāju. Lai to izdarītu, elementa X vienam galam pievieno lineāru antenu (garu taisnu vadu) ar garumu s. Otrs vada gals ir brīvs. Antenā veidojas elektromagnētiskais stāvvilnis. Elektromagnētisko viļņu ātrums antenā ir tāds pats kā vakuumā. Raidītājs raida sistēmas pamatharmoniku, kuras periodu T tu esi izrēķinājis jautājumā **B.2**.

B.4	Cik liela ir optimālā s vērtība, pieņemot, ka tā nedrīkst pārsniegt $1\ \mathrm{km}$?	0.6pt

C daļa. Bistabils nelineārs elements bioloģijā: neiristors (2 punkti)

Šajā uzdevuma daļā apskatīsim bistabila nelineāra elementa pielietojumu bioloģisku sistēmu modelēšanai. Cilvēka smadzeņu neironam piemīt sekojoša īpašība: ierosinot neironu ar ārējo signālu, tas veic vienu svārstību ciklu un atgriežas sākumstāvoklī. Šo īpašību sauc par ierosināmību. Pateicoties tai, neironu tīklā var izplatīties impulsi, veidojot nervu sistēmas. Pusvadītāju mikroshēma, kas veidota, lai imitētu ierosināmību un impulsu izplatīšanos, tiek saukta par *neiristoru* (no vārdienm neirons un tranzistors).

Mēs centīsimies modelēt vienkāršu neiristoru ar slēgumu, kas satur nelineāru elementu X, kuru mēs esam izpētījuši iepriekš. Šim nolūkam spriegumu $\mathcal{E}$ 3. attēla redzamajā slēgumā samazina līdz vērtībai $\mathcal{E}' = 12.0\ \mathrm{V}$. Svārstības apstājas un sistēma nonāk savā stacionārajā stāvoklī. Pēc tam spriegumu strauji palielina atpakaļ līdz vērtībai $\mathcal{E} = 15.0\ \mathrm{V}$, un pēc laika perioda τ (tāda, ka $\tau < T$) vēlreiz samazina līdz $\mathcal{E}'$ (skaties 4. attēlu). Izrādās, ka sistēma uzvedas kvalitatīvi atšķirīgi atkarībā no tā, vai $\tau < \tau_{\mathrm{krit}}$ vai $\tau > \tau_{\mathrm{krit}}$, kur τ_{krit} ir noteikta kritiskā vērtība.



4. attēls: Sprieguma uz avota mainīšanas grafiks, kā funkcija no laika.

C.1	Uzskicē caur nelineāro elementu X plūstošās strāvas $I_X(t)$ atkarību no laika gadījumam, kad $\tau < \tau_{\text{krit}}$, un gadījumam, kad $\tau > \tau_{\text{krit}}$.	1.2pt

C.2	Iegūsti izteiksmi un aprēķini skaitlisko vērtību kritiskajam laikam τ_{krit}, kas nodala divus iespējamos uzvedības veidus.	0.6pt

C.3	Vai slēgums ar $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s ir neiristors?	0.2pt