

## Dinamică neliniară pentru circuite electrice (10 puncte)

Te rugăm ca, înainte de a începe să rezolvi problema, să citești instrucțiunile generale care se află într-un plic separat

### Introducere

Componentele electronice semiconductoare neliniare bistabile (ca de exemplu tiristoarele) sunt larg folosite în electronică, în calitate de comutatoare sau ca generatoare de oscilații electromagnetice. Cea mai importantă aplicație a tiristoarelor este controlul curenților alternativi în electronica de mare putere - ca de exemplu redresarea curentului alternativ în vederea obținerii de curent continuu pentru puteri de ordinul de mărime al megawattului. Elementele bistabile pot servi de asemenea ca sisteme-model pentru fenomene de auto-organizare din fizică (subiectul este atins în partea B a problemei), din biologie (vezi partea C a problemei) sau din alte domenii ale științelor non-liniare moderne.

### Scopurile problemei

Să studieze instabilitățile și dinamica netrivială a circuitelor care includ elemente cu caracteristici  $I - V$  neliniare. Să descopere aplicații tehnice posibile ale unor astfel de circuite și să le folosească în modelarea unor sisteme biologice.

### Partea A. Stări staționare și instabilități (3 puncte)

În Fig. 1 este prezentată o caracteristică  $I - V$  în formă de S a unui element de circuit neliniar  $X$ . În domeniul de tensiuni dintre  $U_h = 4,00 \text{ V}$  (tensiunea de menținere) și  $U_{th} = 10,0 \text{ V}$  (tensiunea de prag) caracteristica  $I - V$  poate avea porțiuni diferite. Pentru simplitate, graficul prezentat în Fig. 1 este liniar pe bucăți (fiecare porțiune a caracteristicii este reprezentată prin segmente de dreaptă). În particular, linia care conține partea de sus a caracteristicii trece prin origine - dacă este prelungită. Aproximația prezentată este o descriere bună a caracteristicii unui tiristor real.

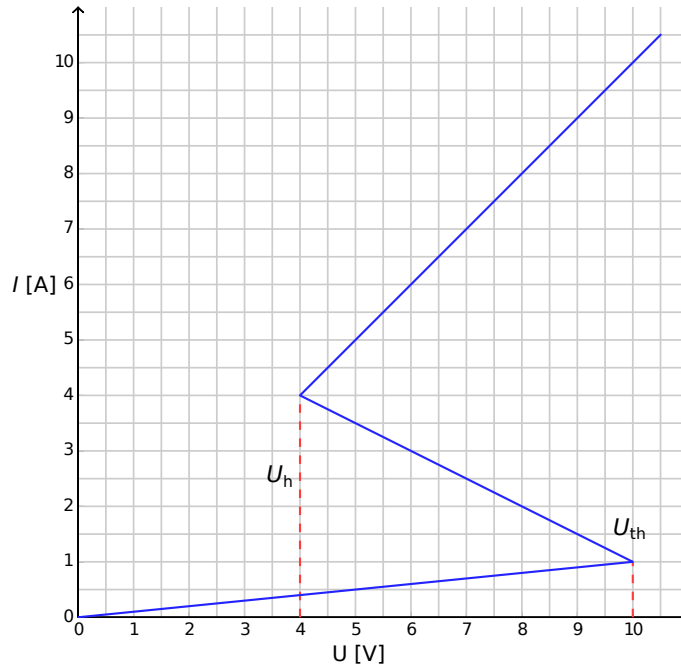


Figura 1: Caracteristica  $I - V$  a unui element neliniar de circuit  $X$ .

- A.1** Folosind graficul, determină rezistența  $R_{\text{on}}$  a elementului de circuit  $X$  pe porțiunea de sus a caracteristicii  $I - V$  și respectiv rezistența sa  $R_{\text{off}}$  pe porțiunea de jos a caracteristicii. Porțiunea din mijloc a caracteristicii este descrisă de ecuația

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Determină valorile parametrilor  $I_0$  și  $R_{\text{int}}$ .

Elementul neliniar de circuit  $X$  este conectat în serie (vezi Fig. 2) cu un rezistor cu rezistența  $R$ , cu o bobină ideală cu inductanța  $L$  și cu o sursă ideală de tensiune cu tensiunea  $\mathcal{E}$ . Se spune că circuitul este într-o stare staționară, dacă valoarea curentului care-l parcurge este constantă în timp,  $I(t) = \text{const}$ .

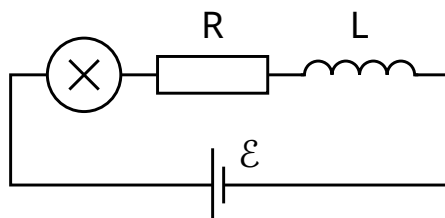


Figura 2: Circuitul electric compus din elementul neliniar  $X$ , rezistorul  $R$ , bobina ideală  $L$ , sursa de tensiune  $\mathcal{E}$ .

**A.2** Care este numărul stărilor staționare posibile pe care circuitul din Fig. 2 le poate avea pentru o valoare fixată a tensiunii electromotoare  $\mathcal{E}$  și pentru  $R = 3,00 \Omega$ ? Cum se modifică răspunsul dacă  $R = 1,00 \Omega$ ? 1pt

**A.3** Fie  $R = 3,00 \Omega$ ,  $L = 1,00 \mu\text{H}$  și  $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$  în circuitul din Fig. 2. Determină valoarea curentului  $I_{\text{stationary}}$  și a tensiunii  $V_{\text{stationary}}$  pentru elementul neliniar  $X$  în starea staționară. 0.6pt

Circuitul din Fig. 2 se află în stare staționară cu  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . Se spune despre starea staționară că este stabilă dacă, după o mică variație a curentului ( creștere sau descreștere ), valoarea curentului revine la valoarea din situația staționară. Dacă la o mică variație a curentului sistemul se îndepărtează tot mai mult de starea staționară, se spune despre această stare staționară că este instabilă.

**A.4** Folosește valorile numerice din sarcina **A.3** și studiază stabilitatea stării staționare pentru care  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . Starea staționară este stabilă sau instabilă? 1pt

### Element bistabil neliniar în fizică: un emițător radio (5 puncte)

Vei studia în cele ce urmează un circuit cu o configurație nouă (vezi Fig. 3). De această dată, elementul neliniar de circuit  $X$  este conectat în paralel cu un condensator de capacitate  $C = 1,00 \mu\text{F}$ . Ansamblul rezultat este conectat în serie cu un rezistor cu rezistența  $R = 3,00 \Omega$  și cu o sursă de tensiune ideală cu tensiunea electromotoare constantă  $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$ . În circuitul astfel construit apar oscilații datorită faptului că elementul neliniar de circuit  $X$  sare ciclic de pe o porțiune a caracteristicii sale  $I - V$  pe altă porțiune și totul se repetă.

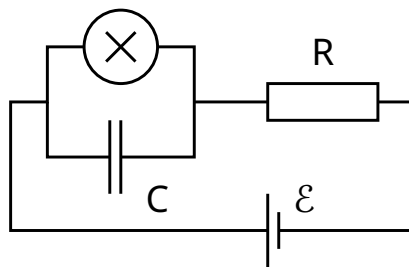


Figura 3: Circuitul electric construit cu elementul neliniar  $X$ , condensatorul  $C$ , rezistorul  $R$  și sursa de tensiune  $\mathcal{E}$ .

**B.1** Desenează graficul oscilației ciclice pe graficul caracteristici  $I - V$ ; include un semn pentru a descrie sensul evoluției pe ciclu (orar sau antiorar). Justifică răspunsul cu ecuații și schițe. 1.8pt

**B.2** Determină expresiile timpilor  $t_1$  și  $t_2$  în care sistemul se află pe fiecare dintre porțiunile graficului  $I - V$  în cursul unui ciclu de oscilație. Determină valorile lor numerice. Determină valoarea numerică a perioadei oscilației  $T$ , presupunând că timpul necesar saltului între porțiunile de caracteristică de pe graficul  $I - V$  este neglijabil. 1.9pt

**B.3** Estimează puterea medie  $P$  disipată pe elementul nelinier în cursul unei oscilații. Determinarea ordinului de mărime este suficientă. 0.7pt

Circuitul din Fig. 3 este folosit pentru construirea unui radioemițător. În acest scop, elementul nelinier  $X$  se atașează la capătul unei antene liniare (un fir drept și lung) având lungimea  $s$ . Celălalt capăt al firului este liber. În antenă se formează o undă electromagnetică staționară. Viteza undei electromagnetice de-a lungul antenei este egală cu viteza undei în vid. Emițătorul folosește armonica principală a sistemului, care are perioada  $T$  din sarcina de lucru **B.2**.

**B.4** Care este valoarea optimă a lungimii  $s$  a antenei presupunând că această lungime nu poate fi mai mare de 1 km? 0.6pt

### Partea C. Element nelinier bistabil în biologie: neuristorul (2 puncte)

În această parte a problemei este analizată o aplicație a elementelor neliniare bistabile pentru modelarea unor procese biologice. Un neuron din creierul uman are următoarea proprietate: atunci când este excitat cu un semnal exterior face o oscilație (unică) și apoi revine în starea inițială. Această proprietate este numită excitabilitate. Datorită acestei proprietăți, impulsurile se pot propaga în rețeaua de neuroni cuplați care reprezintă sistemul nervos. Un dispozitiv semiconductor construit să mimeze excitabilitatea și propagarea pulsurilor este numit *neuristor* (din neuron și tranzistor).

Vei încerca să modelezi un neuristor simplu, folosind un circuit care să includă elementul nelinier  $X$  analizat anterior în problemă. În acest scop tensiunea  $\mathcal{E}$  din circuitul prezentat în Fig. 3 este scăzută la valoarea  $\mathcal{E}' = 12,0$  V. Oscilația se oprește și sistemul ajunge în starea staționară. Apoi tensiunea este crescută rapid la valoarea  $\mathcal{E} = 15,0$  V și, după o perioadă de timp  $\tau$  (cu  $\tau < T$ ) este adusă din nou la valoarea  $\mathcal{E}'$  (vezi Fig. 4). Studiind situația, rezultă că există o valoare critică a perioadei de timp  $\tau_{\text{crit}}$  și că sistemul manifestă comportamente calitativ diferite pentru  $\tau < \tau_{\text{crit}}$  și respectiv pentru  $\tau > \tau_{\text{crit}}$ .

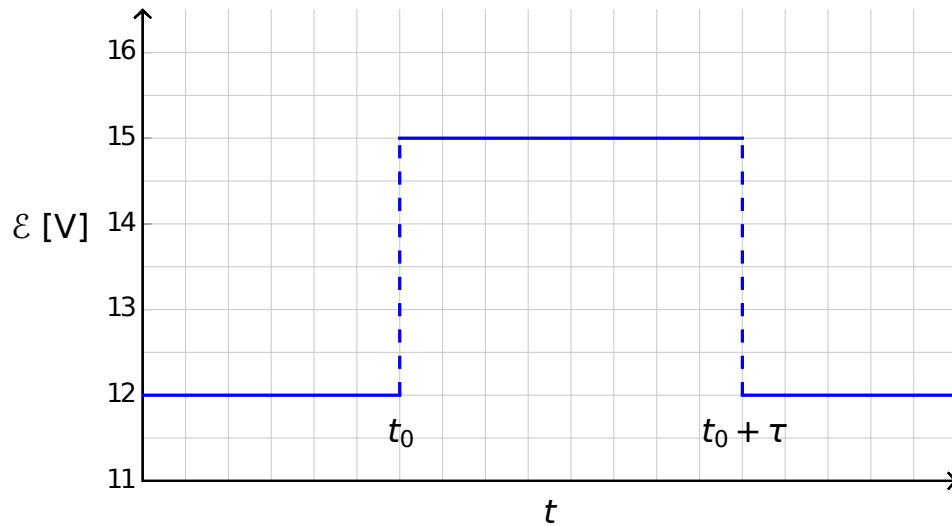


Figura 4: Tensiunea sursei de tensiune ca funcție de timp.

- |            |  |       |
|------------|--|-------|
| <b>C.1</b> | Schițează graficul dependenței de timp a curentului $I_X(t)$ pentru elementul ne-<br>liniar $X$ pentru $\tau < \tau_{\text{crit}}$ și pentru $\tau > \tau_{\text{crit}}$ . | 1.2pt |
| <b>C.2</b> | Determină expresia și valoarea numerică a timpului critic $\tau_{\text{crit}}$ pentru care sce-<br>nariul se schimbă.  | 0.6pt |
| <b>C.3</b> | Este un neuristor circuitul pentru care $\tau = 1,00 \times 10^{-6}$ s ?   | 0.2pt |