

Dinámica No Lineal en Circuitos Eléctricos (10 puntos)

Lee las instrucciones generales dentro del sobre adjunto antes de comenzar a resolver este problema.

Introducción

Los elementos semiconductores bi-estables no lineales (p. ej. tiristores) son comúnmente usados en dispositivos electrónicos tales como interruptores y generadores de oscilaciones electromagnéticas. El campo principal de aplicación de los tiristores corresponde al control de corrientes alternas en electrónica de potencia como por ejemplo, en la rectificación de corrientes AC a DC a escala de megawatts. Los elementos bi-estables también se utilizan en modelos de sistemas de auto organización, tanto en la física (ver parte B del problema), como en la biología (ver parte C del problema) y otros campos de la ciencia no lineal moderna.

Objetivos

Estudiar inestabilidades y dinámica no lineal de circuitos con elementos de características $I - V$ no lineales.

Descubrir posibles aplicaciones de tales circuitos en el campo de la ingeniería, así como en el modelado de sistemas biológicos.

Parte A. Estados estacionarios e inestabilidades (3 puntos)

La Fig 1. muestra la denominada curva característica $I - V$, de **forma S**, de un elemento electrónico no lineal X . En el intervalo de voltaje entre $U_h = 4V$ (voltaje de reposo) y $U_{th} = 10.0 V$ (voltaje umbral), las características $I - V$ son multi-valuadas. Para simplificar, la Fig. 1 muestra una función lineal por partes (cada rama de la "curva" es una línea recta). Esta aproximación da lugar a una descripción adecuada de tiristores reales.

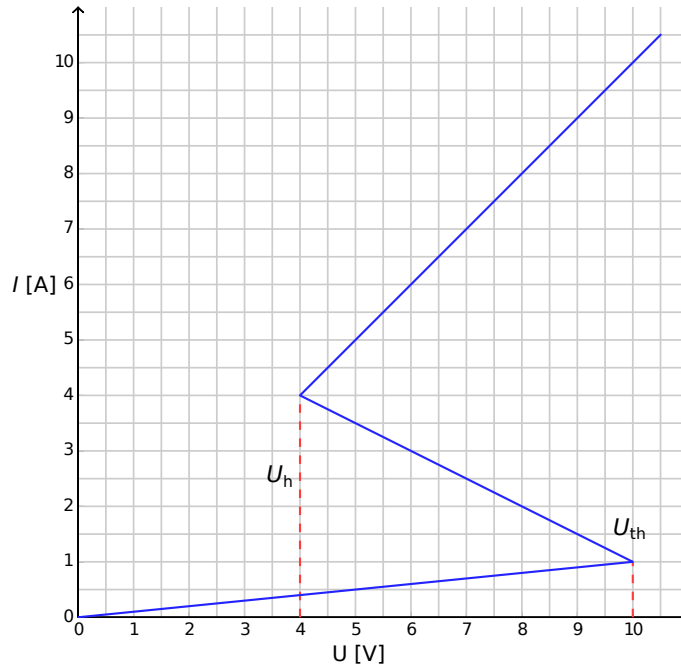


Figura 1: Características $I - V$ del elemento no lineal X .

- A.1** Utilizando las gráfica, determina tanto la resistencia del elemento X en la rama superior de la curva $I - V$, y llámala R_{on} , así como también la resistencia de la rama inferior, y llámala R_{off} . La rama intermedia está descrita por la ecuación: 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{int}}. \quad (1)$$

Encuentre el valor de los parámetros I_0 y R_{int} .

El elemento X se conecta en serie con una resistencia R , con un inductor L y con una fuente de voltaje ideal \mathcal{E} (Fig. 2). Se dice que el circuito alcanza un estado estacionario cuando la corriente tiene un valor constante en el tiempo, $I(t) = \text{const.}$

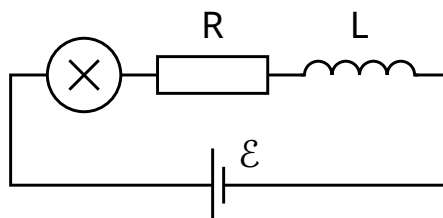


Figura 2: Circuito con elemento X , resistencia R , inductor L y fuente de voltaje \mathcal{E} .

A.2 ¿Cuál es el número de estados estacionarios posibles para el circuito de la Fig. 2 dado un valor fijo de \mathcal{E} con $R = 3.00\Omega$? ¿Cómo cambia la respuesta si $R = 1.00\Omega$? 1pt

A.3 Sea $R = 3.00\Omega$, $L = 1.00\mu H$ y $\mathcal{E} = 15.0V$ referidos al circuito ilustrado en la fig. 2. Determina los valores de la corriente $I_{\text{stationary}}$ y el voltaje $V_{\text{stationary}}$ en el elemento no lineal X en el estado estacionario. 0.6pt

El circuito de la Fig. 2 está en su estado estacionario con $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Se dice que este estado estacionario es estable si después de un pequeño desplazamiento (incremento o decremento en la corriente), la corriente regresa al estado estacionario. Si por el contrario, la corriente no regresa al estado estacionario y se aleja de este, se dice que es inestable.

A.4 Use los valores numéricos de la pregunta **A.3** para estudiar la estabilidad del estado estacionario con $I(t) = I_{\text{stationary}}$. ¿El estado estacionario es estable o inestable? 1pt

Parte B. Elementos bi-estables no lineales en la física: el radiotransmisor (5 puntos)

Ahora investigamos una nueva configuración del circuito (ver Fig. 3). Esta vez, el elemento no lineal X está conectado en paralelo a un capacitor con capacitancia $C = 1.00\mu F$. A su vez, este bloque está conectado en serie a una resistencia $R = 3.00\Omega$ y a una fuente de voltaje ideal de $\mathcal{E} = 15.0V$. Se observa que este circuito exhibe oscilaciones con el elemento no lineal X saltando de una rama a otra de la curva $I - V$, en el transcurso de un ciclo.

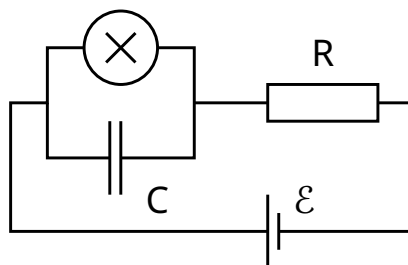


Figura 3: Circuito con elemento X , capacitor C , resistencia R y fuente de voltaje \mathcal{E} .

B.1 Dibuja el ciclo de oscilación sobre la gráfica $I - V$, incluyendo su dirección (en la dirección de las manecillas del reloj o en la contraria). Justifica tu respuesta con ecuaciones y diagramas. 1.8pt

B.2 Encuentra expresiones para los intervalos de tiempo t_1 y t_2 que el sistema permanece dentro de cada rama de la curva $I - V$ durante un ciclo de oscilación. Determina sus valores numéricos. Encuentra el valor numérico del período de oscilación T suponiendo que el tiempo necesario para los saltos entre ramas de la curva $I - V$ es despreciable. 1.9pt

B.3 Estima la potencia promedio P disipada por el elemento no lineal durante el transcurso de una oscilación. Una estimación del orden de magnitud es suficiente. 0.7pt

El circuito de la Fig. 3 es usado para construir un radio transmisor. Para esto, el elemento X se conecta a un extremo de una antena lineal (un cable recto largo) de longitud s . El otro extremo se deja libre. En la antena se establece una onda electromagnética estacionaria que viaja a lo largo de la antena con la misma velocidad que en el vacío. El transmisor funciona con el armónico principal del sistema dado por el periodo T de la pregunta **B.2**.

B.4 ¿Cuál es el valor óptimo de s , considerando que no puede exceder 1 km? 0.6pt

Parte C. Elementos bi-estables no lineales en la biología: el neuristor (2 puntos)

Ahora consideramos una aplicación de los elementos bi-estables no lineales en el modelado de procesos biológicos. Una neurona en el cerebro humano tiene la siguiente propiedad: cuando se le excita con una señal externa, ésta responde con una sola oscilación y luego regresa a su estado inicial. Esto se denomina excitabilidad. Debido a esta propiedad, los pulsos pueden propagarse dentro de la red de neuronas acopladas que constituyen el sistema nervioso. Un chip semiconductor diseñado para imitar la excitabilidad y la propagación del pulso se denomina *neuristor* (una mezcla de los términos "neurona" y "transistor").

Intentaremos modelar un neuristor simple usando un circuito que incluya el elemento no lineal X que hemos investigado previamente. Para esto, se ajusta el voltaje \mathcal{E} en el circuito de la Fig. 3 a un valor menor $\mathcal{E}' = 12.0V$. Como consecuencia, las oscilaciones se detienen y el sistema alcanza su estado estacionario. A continuación, el voltaje se incrementa rápidamente hasta el valor original $\mathcal{E} = 15.0V$ y después de un período de tiempo τ (con $\tau < T$), el voltaje vuelve al valor \mathcal{E}' (ver Fig. 4). Resulta que existe cierto valor crítico $\tau_{crit.}$, y que el sistema muestra un comportamiento cualitativamente diferente para $\tau < \tau_{crit.}$ y $\tau > \tau_{crit.}$

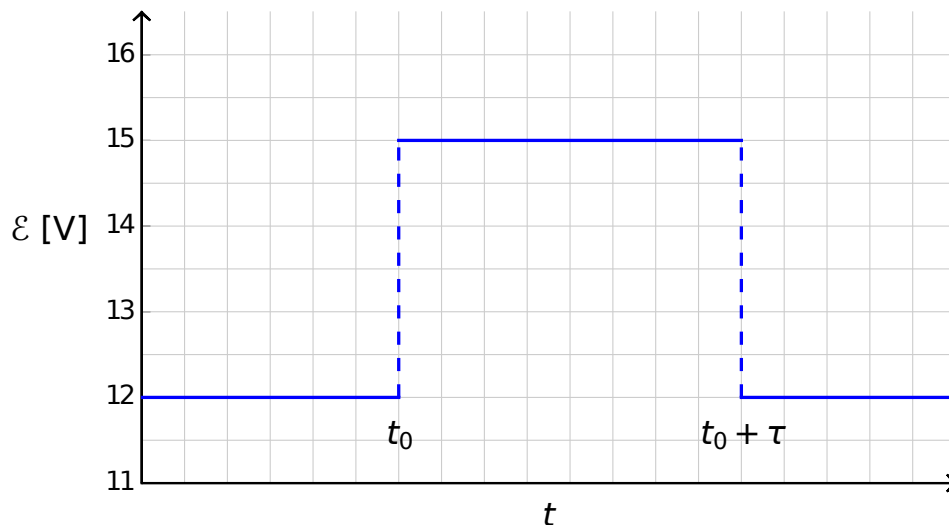


Figura 4: Voltaje de la fuente de voltaje como función del tiempo.

C.1 Esboza gráficas de la corriente dependiente en el tiempo $I_X(t)$ en el elemento no lineal X para $\tau < \tau_{\text{crit}}$ y $\tau > \tau_{\text{crit}}$. 1.2pt

C.2 Encuentre la expresión y el valor numérico del tiempo crítico τ_{crit} para el cual se tiene un cambio de comportamiento. 0.6pt

C.3 ¿El circuito con $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ es un neuristor? 0.2pt