

Нелинерна динамика кај електричните кола (10 поени)

Ве молиме прочитајте ги општите инструкции кои се во посебниот плик пред да почнете со решавање на задачата.

Вовед

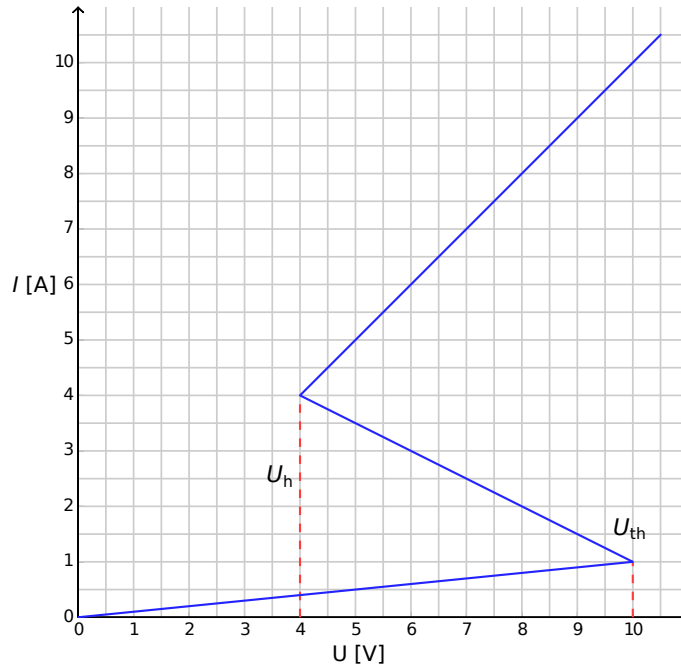
Бистабилните (со две рамнотежни состојби) нелинеарни полупроводнички елементи (на пример тиристорите) се често употребувани во електрониката како прекинувачи и генератори на електромагнетни осцилации. Главната примена на тиристорите е контрола на наизменични струи во енергетската електроника, на пример исправување на наизменичната струја (AC) во права струја (DC) при моќности од редот на мегавати. Бистабилните елементи може исто така да послужат како модели за само-организирани феномени во физиката (оваа тема е разгледувана во делот B од оваа задача), во биологијата (види го делот C) и останатите области од современата нелинеарна наука.

Цел

Да се изучи нестабилноста и нетривијалната динамика кај струјните кола кои содржат елементи кои имаат нелинеарна $I - V$ карактеристика. Да се проучат можните примени на ваквите струјни кола во инженерството и во моделирањето на билошките системи.

Дел А. Стационарни состојби и нестабилности (3 поени)

На слика 1 е прикажана таканаречена S-облик на $I - V$ карактеристика на нелинеарен елемент X . Во подрачјето на напони помеѓу $U_h = 4.00 \text{ V}$ (ќе го наречеме holding напон) и $U_{th} = 10.0 \text{ V}$ (ќе го наречеме граничен/threshold напон) $I - V$ карактеристиката е повеќезначна. Заради поедноставување графикот на Слика 1 е направен така да изгледа како искршена линија (секоја гранка на искршената линија е отсечка). Забележете дека, ако се продолжи отсечката од горната гранка таа поминува низ координатниот почеток. Вакавата апроксимација дава добро објаснување на вистинското однесување на тиристорот.



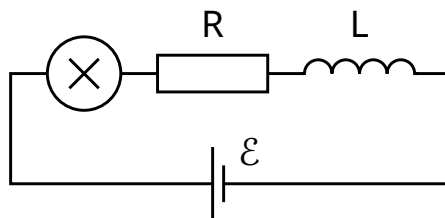
Слика 1: $I - V$ карактеристика на нелинеарниот елемент X .

- A.1** Со помош на графикот да се одреди отпорот R_{on} на елементот X на горната гранка од $I - V$ карактеристиката, и R_{off} на долната гранка на кривата соодветно. Средната гранка на графикот може да се опише со равенката

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Одреди ги параметрите I_0 и R_{int} .

Елементот X е поврзан во серија (види ја сликата 2.) со отпорник со отпор R , намотка со индуктивитет L , и идеален извор на напон \mathcal{E} . Се вели дека струјното коло е во стационарна состојба ако струјата која тече во колото е константна со текот на времето $I(t)=\text{const}$.



Слика 2: Струјно коло со елемент X , отпорник R , намотка L и извор на напон \mathcal{E} .

A.2 Колкав е бројот на можните стационарни состојби кои струјното коло од слика 2 може да ги има за дадена вредност на \mathcal{E} ако $R = 3.00 \Omega$? Како ќе се промени одговорот на истото прашање ако $R = 1.00 \Omega$? 1pt

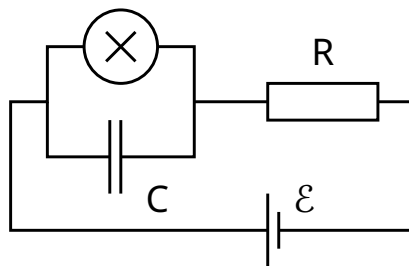
A.3 Нека $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ и $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ за струјното коло прикажано на слика 2. Определи ја вредноста на струјата $I_{\text{stationary}}$ и напонот $V_{\text{stationary}}$ на нелинеарниот елемент X во стационарна состојба. 0.6pt

Струјното коло на слика 2 е во стационарна состојба при што $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Оваа стационарна состојба се вели дека е стабилна ако после мала промена (зголемување или намалување на јачината на струјата), струјата се враќа во стационарната состојба. Ако системот продолжи да се оддалечува од стационарната состојба, се вели дека состојбата е нестабилна.

A.4 Користејќи ги бројните вредности од прашањето **A.3** анализирата на стабилноста на стационарната состојба при $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Како се менува $\delta I(t)$ со текот на времето ако $\delta I(0) > 0$ и ако $\delta I(0) < 0$? Дали состојбата е стабилна или нестабилна? 1pt

Дел В. Бистабилни нелинеарни елементи во физика: радио трансмитер (5 поени)

Сега ќе анализираме ново струјно коло (види слика 3). Во ова коло, нелинеарниот елемент X е поврзан паралелно со кондензатор со капацитет $C = 1,00 \mu\text{F}$. Нелинеарниот елемент и кондензаторот потоа сериски се поврзани со отпорник со отпор $R = 3,00 \Omega$ и идеален извор на константен напон $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Во овој случај во струјното коло се појавуваат осцилации така што нелинеарниот елемент X прескокнува од една гранка на $I - V$ карактеристиката на другаво текот на еден циклус на осцилации.



Слика 3. Струјно коло: Струјно коло со елемент X , кондензатор C , отпорник R и извор на напон \mathcal{E} .

B.1 Нацртај еден циклус на осцилации на $I - V$ график, притоа нацртај ја и насоката (дали осцилациите се во насока на стрелките на часовникот или во спротивна насока). Образложи го одговорот со помош на скица и равенки. 1.8pt

B.2 Најди израз за времињата t_1 и t_2 во кои системот се наоѓа на секоја од гранките во $I - V$ графикот за време на еден осцилаторен циклус. Пресметај ги тие времиња. Пресметај колку изнесува периодот на тие осцилации T сметајќи дека времето потребно за прескокнување на системот помеѓу гранките на $I - V$ графикот е занемарливо мало. 1.9pt

B.3 Прочени ја средната моќност P која оди (се троши) од нелинеарниот елемент за време на една осцилација. Доволно е да го одредиш само редот на величината. 0.7pt

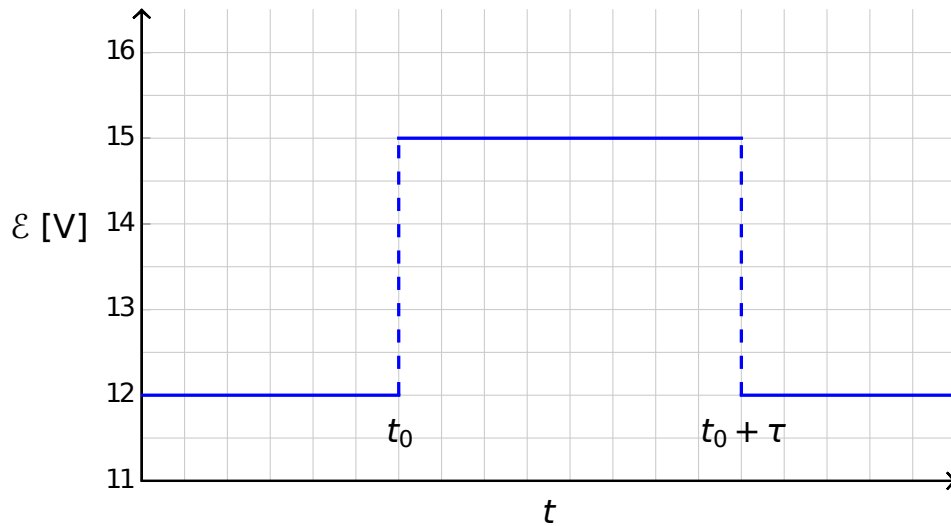
Струјното коло прикажано на Слика 3 се користи за правење на радио предавател. За аа цел елементот X е прикачен на едниот крај на линеарна антена (долга права жица) со должина s . Другиот крај на жицата е слободен. По антената се простира електромагнетен стоен бран. Брзината на електромагнетните бранови вдолж антената е еднаква на нивната брзина во вакуум. Предавателот го користи првиот хармоник кој има период T пресметан во прашањето **B.2**.

B.4 Колкава најголема должина s може да биде антената но таа да не биде поголема од 1 km? 0.6pt

Дел С. Бистабилни нелинеарни елементи во биологија: неурорезис

Во овој дел од задачата ќе ја разгледаме примената на тиристорите во моделирањето на биолошките процеси. Неуроните во човечкиот мозок ги имаат следниве својства: кога неуронот ќе се побуди од надворешен сигнал, тој врши една осцилација па потоа повторно се враќа во првобитната состојба. Ваквата состојба се нарекува екситабилност. Поради ова својство, импулсите може да се шират по мрежата на сврзани неурони кои го сочинуваат нервниот систем. Полупроводничкиот чип кој е конструиран да ја емитира екситабилноста и ширењето на импулсот се нарекува неуроистор (комбинација од зборовите неурон и транзистор).

Ќе се обидеме да моделираме едноставен неуроистор со помош на струјно коло кое вклучува нелинеарен елемент X кој претходно го проучувавме. За таа цел напонот на идеалниот извор од сликата 3 го намалуваме на $\mathcal{E}' = 12.0 \text{ V}$. Осцилациите запираат со што системот е во стационарна состојба. Потоа напонот нагло се зголемува на вредност $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$, и после одреден временски интервал τ , ($\tau < T$) напонот повторно паѓа на вредноста \mathcal{E}' (види слика 4). Се покажува дека постои одреден критична вредност $\tau_{\text{crit.}}$, при што системот покажува квалитативно различно однесување за $\tau < \tau_{\text{crit.}}$ и за $\tau > \tau_{\text{crit.}}$.



Слика 4. Напонот од изворот на напонот како функција од времето.

- | | | |
|------------|--|-------|
| C.1 | Скицирај го графикот на временската зависност на јачината на струјата $I_X(t)$ за нелинеарниот елемент X за $\tau < \tau_{\text{crit}}$ и за $\tau > \tau_{\text{crit}}$. | 1.2pt |
| C.2 | Најди го изразот и пресметај ја вредноста за критичното време τ_{crit} за кое доаѓа до промена во однесувањето на системот. | 0.6pt |
| C.3 | Дали струјното коло за кое $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s е неуристор? | 0.2pt |