

Нелинеарна динамика електричних кола (10 поена)

Молимо вас да прво прочитате општа упутства која се налазе у посебној коверти прије него почнете да рјешавате задатак.

Увод

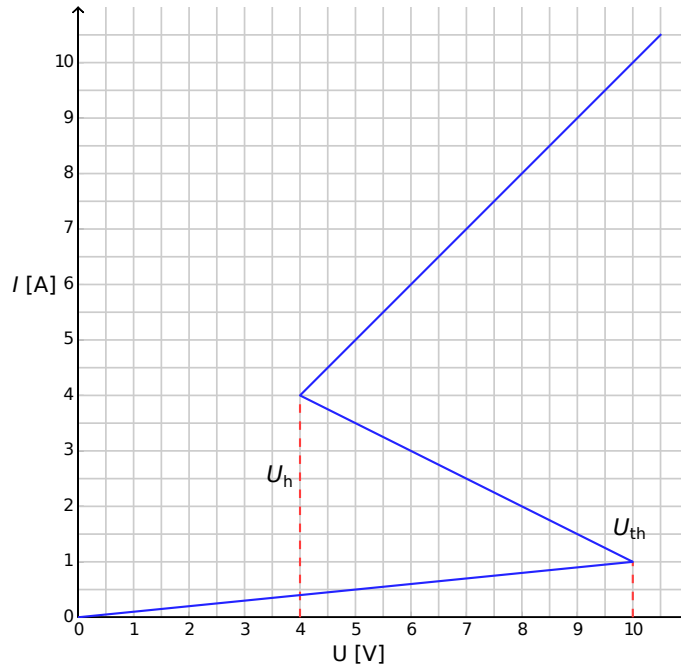
Бистабилни полупроводнички елементи (нпр. тиристори) се користе у електроници као прекидачи или као генератори електромагнетних осцилација. Главна област примјене тиристора је контрола наизмјеничних струја у енергетској електроници, на примјер као исправљач наизмјеничне у једносмјерну струју при снагама које су реда мегавата. Бистабилни елементи могу да послуже и као примјер самоорганизованих појава у физици (овај примјер ће бити разматран у дијелу Б овог задатка), у биологији (погледај дио Ц), као и у другим областима савремене нелинеарне науке.

Циљеви

Циљ је да анализирамо нестабилности и нетривијалну динамику електричних кола која садрже елементе који имају нелинеарну $I - V$ карактеристику. Други циљ је да откријемо могућу примјену таквих кола у инжењерству и моделовању биолошких система.

Дио А. Стационарна стања и нестабилности (3 поена)

На слици 1. је приказана $I - V$ карактеристика нелинеарног елемента X , која личи на латинично **слово S**. У опсегу напона између $U_h = 4.00 \text{ V}$ (назовимо га holding напон) и $U_{th} = 10.0 \text{ V}$ (назовимо га threshold напон) $I - V$ карактеристика је вишезначна, има више вриједности струје за исти напон. Ради једноставности график на Слици 1. је представљен као изломљена линија (свака грана графика је права линија). Конкретно, горња грана, када би се продужила, прошла би кроз координатни почетак. Оваква апроксимација на добар начин описује стварно понашање тиристора.



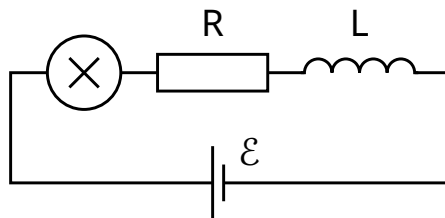
Слика 1. $I - V$ карактеристика нелинеарног елемента X .

- A.1** Користећи график израчунајте отпор R_{on} елемента X на горњој грани $I - V$ карактеристике, као и отпор R_{off} на доњој грани. Средња грана $I - V$ карактеристике је дата једначином

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}} \quad (1)$$

Нађите вриједности параметара I_0 и R_{int} .

Елемент X је повезан редно (погледај Сliku 2) са отпором R , калемом индуктивности L и идеалним извором напона \mathcal{E} (нема унутрашњег отпора). Каже се да је коло у стационарном стању ако струја не зависи од времена $I(t) = \text{const}$.



Слика 2. Коло које садржи елемент X , отпор R , калем индуктивности L , и извор напона \mathcal{E} .

A.2 Који је број могућих стационарних стања кола са Сlike 2. при фиксираној вриједности \mathcal{E} и за отпор $R = 3.00 \Omega$? Како ће се промијенити одговор уколико ставите да је $R = 1.00 \Omega$? 1pt

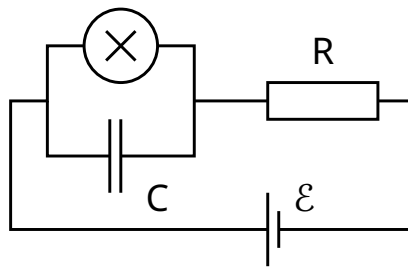
A.3 Нека је за коло са Сlike 2. $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$, и $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Одредите вриједност струје $I_{\text{stationary}}$ и напона $V_{\text{stationary}}$ на нелинеарном елементу X у стационарном стању. 0.6pt

Коло са Сlike 2. је у стационарном стању при чему је $I(t) = I_{\text{stationary}}$. За стационарно стање кажемо да је стабилно ако се након мале промјене (повећање или смањење струје) вриједност струје враћа у њено стационарно стање. Уколико је супротна ситуација, вриједност струја наставља да расте односно да се смањује у односу на стационарно стање, онда је то стање нестабилно..

A.4 Користећи бројне вриједности из питања **A.3** анализирајте стабилност стационарног стања при $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Да ли је стационарно стање стабилно или нестабилно? 1pt

Дио Б. Бистабилни нелинеарни елементи у физици: радио одашиљач (5 поена)

Анализирајмо сада другачије електрично коло (види Сliku 3.). Овога пута је нелинеарни елемент X повезан паралелно са кондензатором капацитета $C = 1.00 \mu\text{F}$. Тај блок се затим редно веже са отпором $R = 3.00 \Omega$ и са идеалним извором напона $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Испоставља се да сада електрично коло осцилује тако што нелинеарни елемент X наизмјенично прелази са једне на другу грану $I - V$ карактеристике током једног циклуса осцилације.



Слика 3. Коло које садржи елемент X , кондензатор C , отпор R , и извор напона \mathcal{E} .

B.1 Нацртајте један циклус осцилација на $I - V$ графику, укључујући и смјер (да ли осцилује у смјеру казаљке на сату или супротно). Образложите одговор користећи се једначинама и скицама. 1.8pt

B.2 Нађите изразе за времена t_1 и t_2 која систем проводи на свакој од грана $I - V$ графика током једног циклуса осцилација. Израчунајте и њихове бројне вриједности. Израчунајте бројну вриједност периода осцилација T претпостављајући да је вријеме неопходно систему да скочи са једне на другу грану $I - V$ графика занемарљиво. 1.9pt

B.3 Процијените снагу P која се ослобађа на нелинеарном елементу током једног циклуса осцилација. Довољно је да дате ред величине. 0.7pt

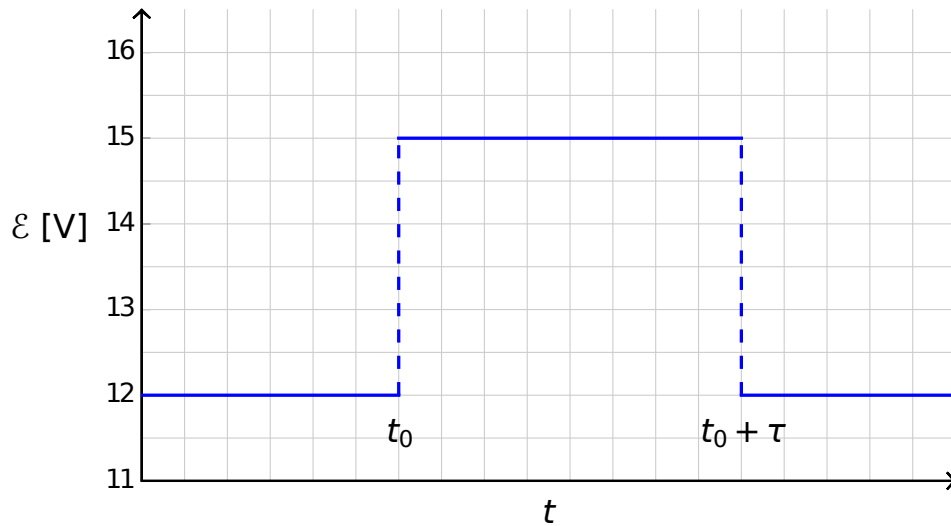
Коло са Сlike 3. се користи за конструкцију радио одашиљача. У ту сврху елемент X се прикачи за један крај линеарне антене (дугачка права жица) дужине s . Други крај жице је слободан. У антени се формира стојећи електромагнетни талас. Брзина електромагнетног таласа дуж антена је иста као у вакууму. Одашиљач користи само главне хармонике система, а они имају период T који сте добили у питању **B.2**.

B.4 Која је оптимална дужина s претпостављајући да та дужина не може бити дужа од 1 km? 0.6pt

Део Ц. Бистабилни нелинеарни елементи у биологији: неуристор (2 поена)

У овом дијелу задатка размотрићемо примјену бистабилних нелинеарних елемената за моделовање биолошких процеса. Неурон у људском мозгу има сљедеће особине: када се побуди неким спољашњим сигналом, он направи само једну осцилацију и затим се врати у почетно стање. Такву особину називамо екситабилност. Због ове особине импулси могу да путују (пропагирају) дуж мреже повезаних неурона који чине нервни систем. Полупроводнички чип који је дизајниран тако да имитира екситабилност и пропагацију импулса се назива *неуристор* (комбинација ријечи неурон и транзистор).

Покушаћемо да моделујемо једноставни неуристор користећи коло са нелинеарним елементом X које смо претходно анализирали. У том циљу напон \mathcal{E} са Сlike 3. смо смањили на вриједност $\mathcal{E}' = 12.0 \text{ V}$. Тада осцилације престају и систем се налази у стационарном стању. Онда напон нагло повећамо на вриједност $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$, а након неког временског интервала τ (при чему је $\tau < T$) напон нагло падне на вриједност \mathcal{E}' (види Сliku 4.). Испоставља се да постоји одређена критична вриједност τ_{crit} , таква да се систем квалитативно различито понаша за $\tau < \tau_{\text{crit}}$ и за $\tau > \tau_{\text{crit}}$.



Слика 4. Напон који даје извор напона као функција времена.

- | | | |
|------------|---|-------|
| C.1 | Скицирајте график временске зависности струје $I_X(t)$ која пролази кроз нелинеарни елемент X при $\tau < \tau_{\text{crit}}$ и при $\tau > \tau_{\text{crit}}$. | 1.2pt |
| C.2 | Нађите израз и израчунајте бројну вриједност за критично вријеме τ_{crit} при којем долази до промјене понашања система. | 0.6pt |
| C.3 | Да ли је коло са $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s неуристор? | 0.2pt |