

Ikke-lineær dynamikk i elektriske kretser (10 poeng)

Vennligst les de generelle instruksjonene i den vedlagte separate konvolutten før du starter på oppgaven.

Introduksjon

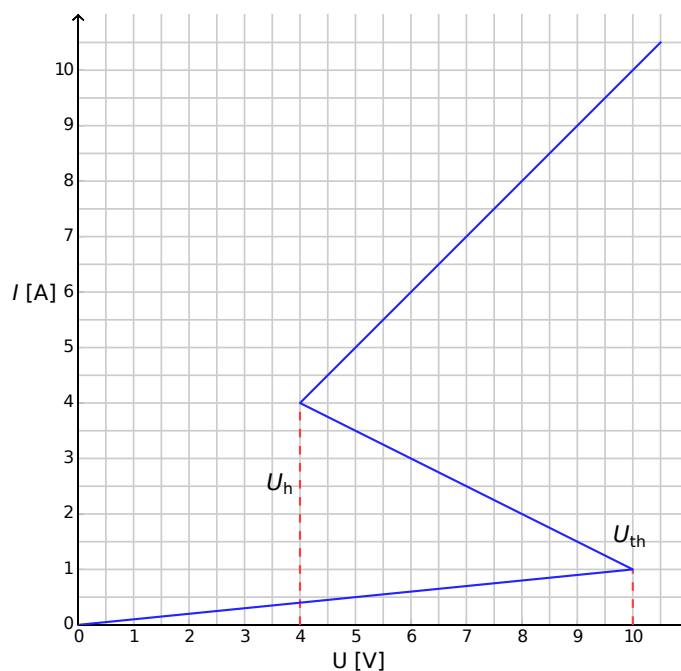
Bistabile ikke-lineære halvlederkomponenter (f.eks. tyristorer) blir ofte benyttet i elektronikk som brytere og frekvensgeneratorer. Tyristorer brukes primært til å styre vekselstrøm (AC) i elektronikk, f.eks. ved likeretting av vekselstrøm (AC) til likestrøm (DC) ved store effekter (i megawatt området). Bistabile komponenter kan også brukes som modeller for selvstyrende fenomener i fysikken (dette blir belyst i del B), biologi (se del C) og i andre områder av ikke-lineær naturvitenskap.

Formål

Å studere ustabiliteter og ikke-triviell dynamikk i kretser, inkludert elementer med ikke-lineære $I - V$ -karakteristikker. Å oppdage mulige anvendelser av slike kretser til bruk i utvikling og modellering av biologiske systemer.

Del A. Stasjonære tilstander og ustabiliteter (3 poeng)

Fig. 1 viser den såkalte **S-formede** $I - V$ -karakteristikken til en ikke-lineær komponent X . I spenningsområdet mellom $U_h = 4,00$ V (holdespenningen) og $U_{th} = 10,0$ V (terskelspenningen) har $I - V$ -karakteristikken flere mulige verdier for strømmen for en gitt spenning. For enkelhets skyld er grafen i fig. 1 valgt å være stykkevis lineær (hver del består av en rett linje). Linjen i den øverste delen vil gå gjennom origo hvis den blir forlenget. Denne tilnærmingen gir en god beskrivelse av reelle tyristorer.



Figur 1: $I - V$ -karakteristikk av den ikke-lineære komponenten X .

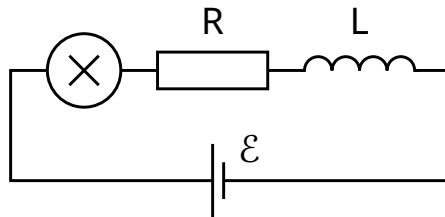
- A.1** Bruk grafen til å bestemme resistansen R_{on} til komponenten X for den øverste delen av $I - V$ -karakteristikken. Bestem også resistansen R_{off} for den nederste delen av karakteristikken. 0.4pt

Den midterste delen er beskrevet ved hjelp av likningen

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Bestem verdiene til I_0 og R_{int} .

Komponenten X er koblet i serie (se Fig.2) med en motstand R , en induksjonsspole L og en ideell (uten indre resistans) spenningskilde \mathcal{E} . Man sier at kretsen er i en stasjonær tilstand, hvis strømmen som funksjon av tiden er konstant, $I(t) = \text{const}$.



Figur 2: Kretsdiagram med komponent X , motstand R , induksjonsspole L og spenningskilde \mathcal{E} .

- A.2** For kretsen vist i figur 2; hvor mange stasjonære tilstander er mulige for en gitt verdi av \mathcal{E} og $R = 3,00 \Omega$? Hva blir svaret når $R = 1,00 \Omega$? 1pt

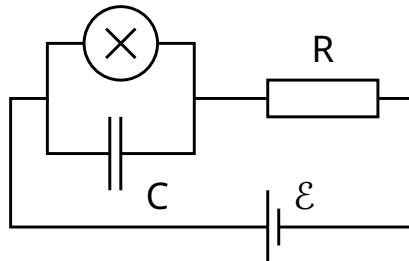
- A.3** Bruk $R = 3,00 \Omega$, $L = 1,00 \mu\text{H}$ og $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$ for kretsen vist i Fig. 2. Bestem verdien til strømmen $I_{\text{stationary}}$ og spenningen $V_{\text{stationary}}$ for den ikke-lineære komponenten X i den stasjonære tilstanden. 0.6pt

Kretsen i Fig. 2 er i den stasjonære tilstanden med $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Den stasjonære tilstanden sies å være stabil hvis, etter en liten forskyvning (økning eller reduksjon i strømmen), strømmen returnerer til stasjonær tilstand. Og hvis systemet i stedet fortsetter å bevege seg bort fra den stasjonære tilstanden, sies det å være ustabil.

- A.4** Bruk tallverdiene fra oppgave **A.3** til å undersøke stabiliteten til den stasjonære tilstanden med $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Er den stasjonære tilstanden stabil eller ustabil?? 1pt

Del B. Bistabile ikke-lineære komponenter i fysikk: radiosender (5 poeng)

Vi skal nå undersøke en ny kretsconfigurasjon (see Fig. 3). Nå skal den ikke-lineære komponenten X være koblet i parallell med en kondensator med kapasitans $C = 1,00 \mu\text{F}$. Disse to er så koblet i serie med en motstand med resistans $R = 3,00 \Omega$ og en ideell spenningskilde med konstant spenning $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$. Det viser seg at denne kretsen svinger, siden den ikke-lineære komponenten X hopper fra en del av $I - V$ -karakteristikken til en annen i løpet av en periode.



Figur 3: Kretsdiagram med komponent X , kondensator C , motstand R og spenningskilde \mathcal{E} .

- | | | |
|------------|--|-------|
| B.1 | Tegn inn på $I - V$ grafen hvordan svingningen går rundt i løpet av en periode. Angi også retningen (med eller mot klokken). Begrunn svaret ved å bruke likninger og skisser. | 1.8pt |
| B.2 | Finn et uttrykk for tidene t_1 og t_2 som systemet tilbringer i hver del av $I - V$ -grafene i løpet av en periode. Bestem også tallverdiene. Finn den numeriske verdien til svingeperioden T . Se bort fra den tiden det tar å hoppe mellom delene på $I - V$ -grafene. | 1.9pt |
| B.3 | Estimer det gjennomsnittlige effekttapet P til den ikke-lineære komponenten i løpet av en periode. Det er tilstrekkelig å angi riktig størrelsesorden. | 0.7pt |

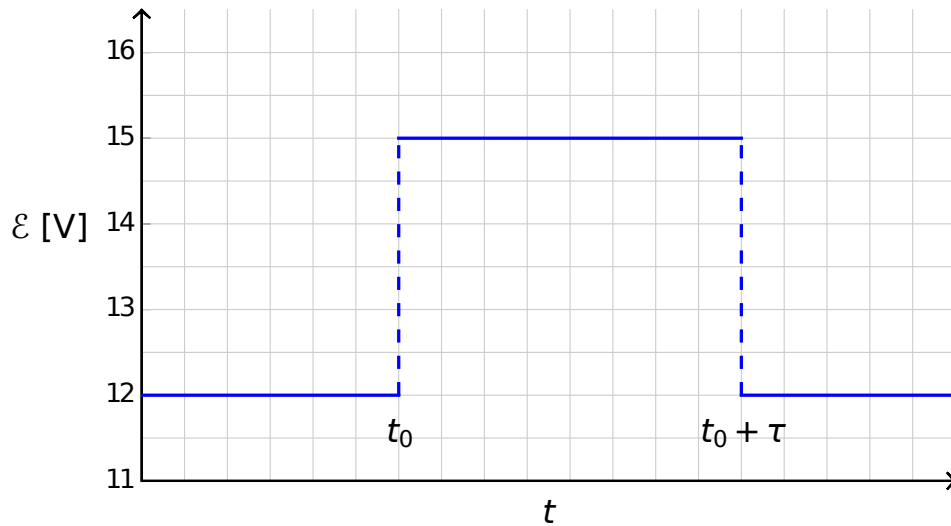
Kretsen i Fig. 3 benyttes til å bygge en radiosender. For dette formålet er det komponenten X festet til en ende av en lineær antenne (en lang rett ledning) med lengde s . Den andre enden av ledningen er fri. I antennen dannes en stående elektromagnetisk bølge. Hastigheten av elektromagnetiske bølger langs antennen er den samme som i vakuum. Senderen bruker grunnsvingningen til systemet, som har perioden T fra oppgave **B.2**.

- | | | |
|------------|--|-------|
| B.4 | Hva er den optimale verdien til s , hvis den må være kortere enn 1 km? | 0.6pt |
|------------|--|-------|

Pel C. Bistabile ikke-lineære komponenter i biologi: nevristor (2 poeng)

I denne delen av oppgaven skal vi se på bistabile ikke-lineære komponenter til å modellere biologiske prosesser. Et nevron i en menneskehjerne har følgende egenskap: Når den stimuleres av et ytre signal, foretar nevronet en enkel svingning og returnerer til opprinnelig tilstand. Denne egenskapen kalles eksitabilitet. Pga. denne egenskapen, kan pulser forplante seg i et nettverk av nevroner, som utgjør nervesystemet. En halvlederbrikke, som er designet til å simulere de nevne egenskapene, kalles en nevristor (kommer fra nevron og transistor).

Vi skal forsøke å modellere en enkel nevristor vha. en krets som inneholder den ikke-lineære komponenten X , brukt tidligere. For å få til dette, senkes spenningen \mathcal{E} i kretsen gitt i Fig. 3 til verdien $\mathcal{E}' = 12,0 \text{ V}$. Dermed stopper svingningene og systemet når sin stasjonære tilstand. Deretter økes spenningen raskt tilbake til verdien $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$, og tidsrommet τ (with $\tau < T$) senkes spenningen igjen til verdien \mathcal{E}' (se Fig. 4). Det viser seg at det fins en bestemt kritisk verdi τ_{crit} , hvor systemet viser helt forskjellig oppførsel for henholdsvis $\tau < \tau_{\text{crit}}$ og $\tau > \tau_{\text{crit}}$.



Figur 4: Spenningen fra spenningskilden som funksjon av tid.

- | | | |
|------------|---|-------|
| C.1 | Skisser grafene for tidsavhengigheten til strømmen $I_X(t)$ gjennom den ikke-lineære komponenten X for $\tau < \tau_{\text{crit}}$ og for $\tau > \tau_{\text{crit}}$. | 1.2pt |
| C.2 | Finn et uttrykk for den kritiske tiden τ_{crit} og beregn den numeriske verdien for når scenarioet byttes om. | 0.6pt |
| C.3 | Kan kretsen kalles en nevristor når $\tau = 1,00 \times 10^{-6}$ s? | 0.2pt |