

Nieliniowa dynamika prądów elektrycznych (10 points)

Przeczytaj Ogólne instrukcje znajdujące się w osobnej kopercie zanim zaczniesz rozwiązywać to zadanie.

Wstęp

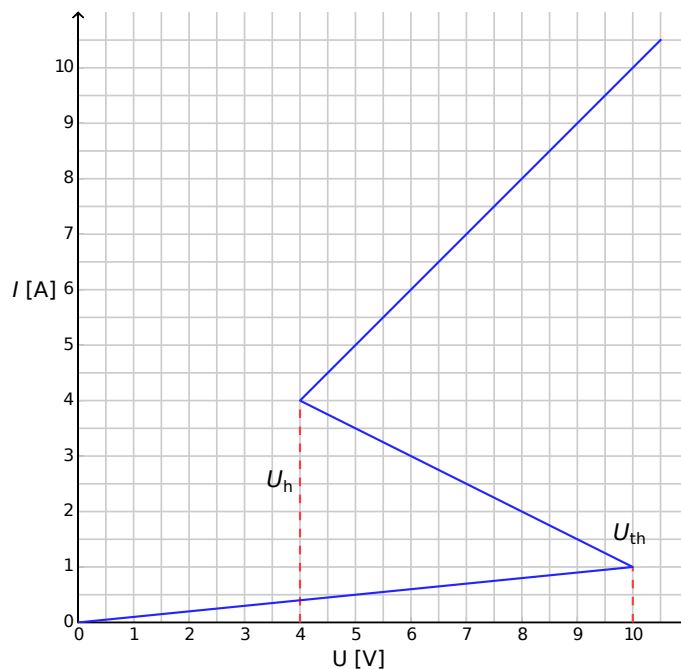
Bistabilne nieliniowe elementy półprzewodnikowe (na przykład tyrystory) są szeroko używane jako przełączniki i generatory oscylacji elektromagnetycznych. Głównym zastosowaniem tyrystorów jest kontrola przemiennych prądów w energetyce, na przykład prostowanie prądów przemiennych o dużej mocy, w skali megawatów. Bistabilne układy mogą też służyć jako modele samo-organizujących się zjawisk fizycznych (ten temat jest treścią części B tego zadania), zjawisk biologicznych (patrz część C) i innych dziedzin nauki.

Cele

Celem zadania jest zbadanie niestabilności i nietrywialnej dynamiki prądów z uwzględnieniem elementów z nieliniową charakterystyką $I - V$. Dodatkowym celem jest odkrycie możliwych zastosowań takich prądów w energetyce i modelowaniu zjawisk biologicznych.

Część A. Stany stacjonarne i niestabilności (3 points)

Rysunek 1 pokazuje charakterystykę $I - V$ w kształcie litery **S** pewnego nieliniowego elementu X . W zakresie napięć od $U_h = 4.00$ V (zatrzymujące napięcie) do $U_{th} = 10.0$ V (napięcie progowe) ta charakterystyka jest wielowartościowa. Dla ułatwienia wykres na Rysunku 1 jest kawałkami liniowy (każdy fragment jest linią prostą). Górna gałąź, po przedłużeniu, przechodzi przez początek układu. To przybliżenie daje dobry opis prawdziwych tyrystorów.



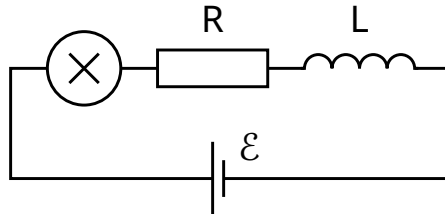
Rysunek 1: Charakterystyka $I - V$ nieliniowego elementu X .

- A.1** Korzystając z wykresu wyznacz opór R_{on} elementu X na górnej gałęzi charakterystyki $I - V$ oraz oporu R_{off} na dolnej gałęzi. Środkowa gałąź jest opisana równaniem 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Wyznacz wartości parametrów I_0 and R_{int} .

Element X jest połączony szeregowo (patrz rysunek 2) z opornikiem R , cewką indukcyjną L i idealnym źródłem napięcia \mathcal{E} . Mówimy, że układ jest w stanie stacjonarnym jeśli natężenie prądu jest stałe w czasie, $I(t) = \text{const}$.



Rysunek 2: Obwód z elementem X , opornikiem R , cewką indukcyjną L i źródłem napięcia \mathcal{E} .

- A.2** Jaka jest możliwa liczba stanów stacjonarnych, które mogą powstać w układzie z rysunku 2 dla ustalonej wartości \mathcal{E} i dla $R = 3.00 \Omega$? Jak zmieni się odpowiedź dla $R = 1.00 \Omega$? 1pt

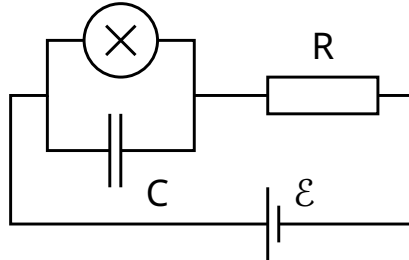
- A.3** Ustalmy wartości $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ i $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ w układzie z rysunku 2. Wyznacz wartości natężenia prądu $I_{\text{stationary}}$ i napięcia $V_{\text{stationary}}$ na elemencie nieliniowym X w stanie stacjonarnym. 0.6pt

Obwód z rysunku 2 jest w stanie stacjonarnym gdy $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Ten stan stacjonarny jest stabilny jeśli po dodaniu małej poprawki (zwiększeniu lub zmniejszeniu natężenia prądu) natężenie wraca do stanu stacjonarnego. Jeśli układ oddala się od stanu stacjonarnego, to jest on niestabilny.

- A.4** Użyj wartości liczbowych z pytania **A.3** i zbadaj stabilność stanu stacjonarnego z $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Czy ten stan stacjonarny jest stabilny czy niestabilny? 1pt

Część B. Bistabilne nieliniowe elementy w fizyce: nadajnik radiowy (5 points)

Teraz zbadamy inny układ (patrz rysunek 3). Tym razem nieliniowy element X jest połączony równolegle z kondensatorem o pojemności $C = 1.00 \mu\text{F}$. Ten blok jest połączony szeregowo z opornikiem o oporze $R = 3.00 \Omega$ oraz idealnym źródłem napięcia $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Okazuje się, że w tym obwodzie występują oscylacje, przy czym nieliniowy element X przeskakuje z jednej gałęzi charakterystyki $I - V$ na drugą w ciągu jednego okresu.



Rysunek 3: Obwód z elementem X , kondensatorem C , opornikiem R i źródłem napięcia \mathcal{E} .

- | | | |
|------------|--|-------|
| B.1 | Narysuj cykl oscylacji na wykresie $I - V$, uwzględniając kierunek (zgodnie z ruchem wskazówek zegara lub przeciwnie) i uzasadnij swoją odpowiedź równaniami i rysunkami. | 1.8pt |
| B.2 | Znajdź wyrażenie na długości t_1 i t_2 odcinków czasu, podczas których układ przebywa na każdej z gałęzi charakterystyki $I - V$ podczas cyklu oscylacji. Podaj ich wartości liczbowe. Znajdź numeryczną wartość okresu oscylacji T zakładając, że czas konieczny do przeskoku pomiędzy gałęziami charakterystyki $I - V$ jest zanedbywalnie mały. | 1.9pt |
| B.3 | Oszacuj średnią moc P straconą w elemencie nieliniowym podczas jednego cyklu oscylacji. Wystarczy podać rząd wielkości. | 0.7pt |

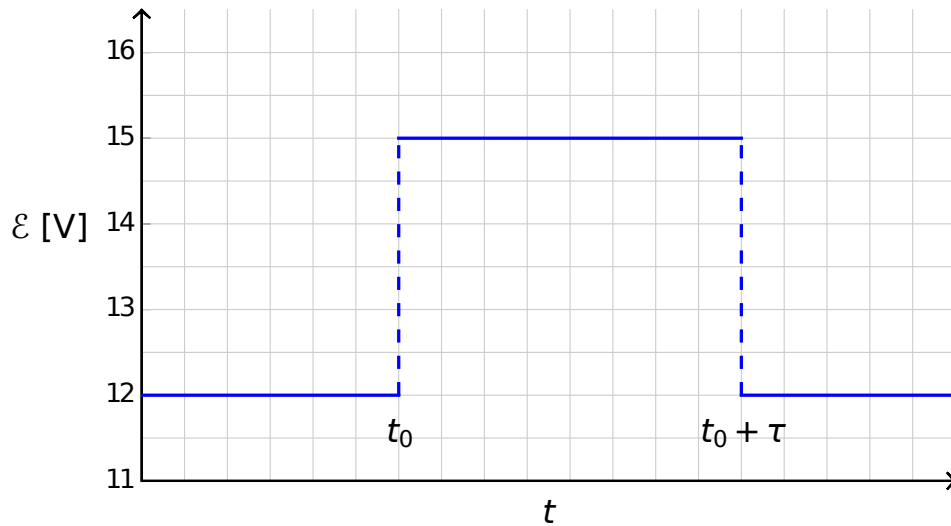
Obwód pokazany na rysunku 3 został użyty do zbudowania nadajnika radiowego. W tym celu nieliniowy element X został podłączony do jednego z końców liniowej anteny (długiego prostego przewodu) o długości s . Drugi koniec przewodu jest swobodny. W antenie powstaje stojąca fala elektromagnetyczna. Prędkość fali elektromagnetycznej w antenie jest taka sama jak w próżni. Nadajnik używa podstawowej harmonicznej układu, której okres wynosi T z pytania **B.2**.

- | | | |
|------------|---|-------|
| B.4 | Jaka jest optymalna wartość s zakładając, że nie może ona być większa niż 1 km? | 0.6pt |
|------------|---|-------|

Część C. Bistabilne nieliniowe elementy w biologii: neurystor (2 points)

W tej części zadania rozpatrzmy zastosowanie bistabilnych nieliniowych elementów do modelowania procesów biologicznych. Neuron w ludzkim mózgu ma następującą właściwość: po wzbudzeniu zewnętrznym sygnałem wykonuje jedno drganie i wraca do stanu początkowego. Tę cechę nazywa się "wzbudzalność" (excitability). Ze względu na tę właściwość w sieci nerwowej, czyli sieci połączonych neuronów, mogą propagować się impulsy. Półprzewodnikowy czip przeznaczony do naśladowania wzbudzalności jest nazwany *neurystor* (jak połączenie neuronu i tranzystora).

Spróbujemy modelować prosty neurystor używając obwodu zawierającego ten sam co poprzednio nieliniowy element X . Aby to uczynić, napięcie \mathcal{E} w obwodzie z rysunku 3 zostało zmniejszone do wartości $\mathcal{E}' = 12.0$ V. Oscylacje ustały i układ osiągnął stan stacjonarny. Następnie napięcie zostało nagle zwiększone do poprzedniej wartości $\mathcal{E} = 15.0$ V, a po czasie τ (przy czym $\tau < T$) zmienione z powrotem na wartość \mathcal{E}' (patrz rysunek 4). Okazało się, że istnieje krytyczna wartość $\tau_{\text{crit.}}$, układ zachowuje się jakościowo inaczej dla $\tau < \tau_{\text{crit.}}$ niż dla $\tau > \tau_{\text{crit.}}$.



Rysunek 4: Napięcie na źródle w funkcji czasu.

- | | | |
|------------|--|-------|
| C.1 | Naszczuj wykres czasowej zależności natężenia prądu $I_X(t)$ w nieliniowym elemencie X dla $\tau < \tau_{\text{crit}}$ i dla $\tau > \tau_{\text{crit}}$. | 1.2pt |
| C.2 | Znajdź wyrażenie i wartość numeryczną krytycznego czasu τ_{crit} , przy którym następuje zmiana zachowania. | 0.6pt |
| C.3 | Czy obwód z $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s jest neurystorem? | 0.2pt |