

Dinámica No Lineal en Circuitos Eléctricos (10 puntos)

Por favor asegúrese de leer las instrucciones generales dentro del sobre adjunto antes de comenzar a resolver este problema.

Introducción

Los elementos semiconductores no lineales biestables (p. ej. tiristores) son comúnmente usados en elementos electrónicos como interruptores y generadores de oscilaciones electromagnéticas. El principal campo de aplicación de los tiristores es el control de corrientes alternas en electrónica de potencia, como por ejemplo en la rectificación de corrientes AC a DC en la escala de los megawatts. Los elementos biestables también pueden servir como modelos de sistemas auto-organizados, tanto en la física (tópico de la parte B del problema) como en la biología (parte C) y otros campos de la ciencia no lineal moderna.

Objetivos

Estudiar inestabilidades y dinámica no trivial de circuitos que incluyen elementos con características $I - V$ no lineales. Descubrir posibles aplicaciones de tales circuitos en la ingeniería, y en la modelación de sistemas biológicos.

Parte A. Estados estacionarios e inestabilidades (3 puntos)

La Fig 1. muestra la denominada **forma de S** de las características $I - V$ de un elemento no lineal X . Las características $I - V$ son multivaluadas en el rango de voltaje entre $U_h = 4.00$ V (el voltaje de umbral inferior) y $U_{th} = 10.0$ V (el voltaje de umbral superior). Por simplicidad, la gráfica en la Fig. 1 fue elegida lineal por segmentos (cada rama es un segmento de una línea recta). En particular, la línea en la rama superior pasaría por el origen si fuera extendida. Esta aproximación da una descripción adecuada de tiristores reales.

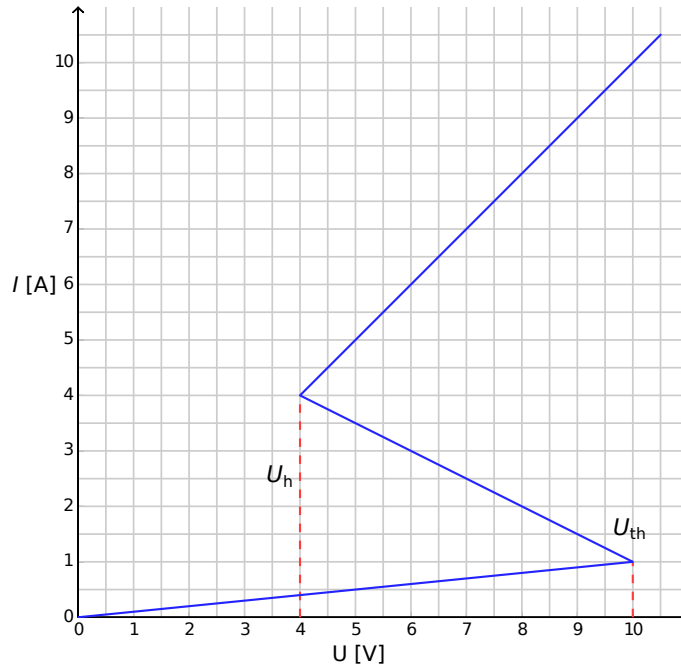


Figura 1: Características $I - V$ del elemento no lineal X .

- A.1** Utilizando el gráfico, determine la resistencia R_{on} del elemento X en la rama superior de la caracterización $I - V$, y la resistencia R_{off} de la rama inferior, respectivamente. La rama intermedia está descrita por la ecuación 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{int}} \quad (1)$$

Encuentre los valores de los parámetros I_0 y R_{int} .

El elemento X es conectado en serie (ver figura 2) con una resistencia R , un inductor L y una fuente ideal de voltaje \mathcal{E} . Se dice que el circuito está en estado estacionario si la corriente es constante en el tiempo, $I(t) = \text{const.}$

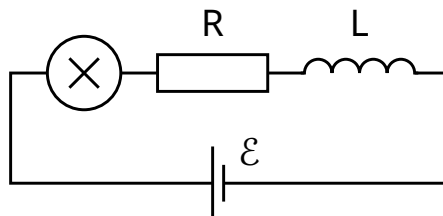


Figura 2. Circuito con elemento X , resistencia R , inductor L y fuente ideal de voltaje \mathcal{E} .

A.2 ¿Cuál es el número de estados estacionarios posibles que el circuito de la Fig. 2 puede tener para un valor fijo de \mathcal{E} y para $R = 3.00 \Omega$? ¿Cómo cambia la respuesta para $R = 1.00 \Omega$? 1pt

A.3 Sea $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ y $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ en el circuito mostrado en la figura 2. Determine los valores de la corriente $I_{\text{stationary}}$ y el voltaje $V_{\text{stationary}}$ en el elemento no lineal X en el estado estacionario. 0.6pt

El circuito en la figura 2 está en su estado estacionario con $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Este estado estacionario se dice que es estable si después de una pequeña fluctuación (aumento o disminución de la corriente), la corriente regresa hacia el estado estacionario. Y si el sistema continua alejándose del estado estacionario, se dice que es inestable.

A.4 Utilice los valores numéricos de la pregunta **A.3** para estudiar la estabilidad del estado estacionario con $I(t) = I_{\text{stationary}}$. ¿Es estable o inestable? 1pt

Parte B. Elementos biestables no lineales en física: el radiotransmisor (5 puntos)

Ahora investigamos una nueva configuración del circuito (ver figura 3). En este caso, el elemento no lineal X está conectado en paralelo a un capacitor con capacitancia $C = 1.00 \mu\text{F}$. Este bloque está conectado en serie a un resistor con resistencia $R = 3.00 \Omega$ y a una fuente ideal de voltaje con $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Resulta que este circuito presenta oscilaciones con el elemento no lineal X saltando de una rama de la curva $I - V$ a otra en el transcurso de un ciclo.

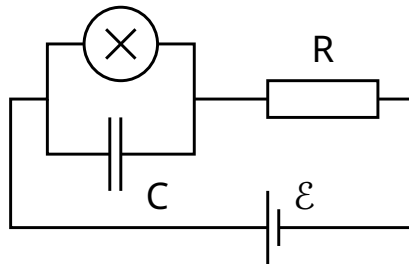


Figura 3. Circuito con elemento X , capacitor C , resistor R y fuente de voltaje \mathcal{E} .

B.1 Dibuje el ciclo de oscilación en la gráfica $I - V$, incluyendo su dirección (horario o antihorario). Justifique su respuesta con ecuaciones y esquemas. 1.8pt

B.2 Encuentre las expresiones para los tiempos t_1 y t_2 que el sistema tarda en cada rama de la gráfica $I - V$ durante el ciclo de oscilación. Determine sus valores numéricos. Encuentre el valor numérico del periodo de oscilación T asumiendo que el tiempo necesario para saltar entre ramas de la gráfica $I - V$ es despreciable. 1.9pt

B.3 Haga una estimación de la potencia promedio P disipada por el elemento no lineal durante una oscilación. Con sólo el orden de magnitud es suficiente. 0.7pt

El circuito en la figura 3 es usado para construir un radiotransmisor. Para este proposito, el elemento X se une a uno de los extremos de una antena lineal (un cable recto largo) de longitud s . El otro extremo de la antena está libre. En la antena, una onda electromagnética estática se forma. La velocidad de las ondas electromagnéticas a lo largo de la antena es la misma que en el vacío. El transmisor está utilizando el armónico principal del sistema, el cual tiene un periodo T de la pregunta B.2.

B.4 ¿Cuál es el valor óptimo de s asumiendo que no puede exceder 1 km? 0.6pt

Parte C. Elementos biestables no lineales en la biología: el neuristor (2 puntos)

En esta parte del problema, consideramos una aplicación del tiristor para modelar un proceso biológico. Una neurona en un cerebro humano tiene la siguiente propiedad: cuando se excita por una señal externa, realiza una sola oscilación y luego regresa a su estado inicial. A este se le denomina excitabilidad, debido a esta propiedad, los pulsos pueden propagarse en la red de neuronas acopladas que constituyen el sistema nervioso. Un chip semiconductor diseñado para imitar la excitabilidad y la propagación de los pulsos es llamado un *neuristor* (de neurona y transistor).

Intentamos modelar un solo neuristor utilizando un circuito que incluye el elemento no lineal X investigado anteriormente. Para este proposito, el voltaje \mathcal{E} en el circuito de la Fig. 3 es disminuido al valor $\mathcal{E}' = 12.0$ V. La oscilación se detiene, y el sistema alcanza el estado estacionario. Luego el voltaje es aumentado rápidamente de nuevo al valor $\mathcal{E} = 15.0$ V, y despues de un periodo de tiempo τ (con $\tau < T$) es retornado de nuevo al valor \mathcal{E}' (ver Fig. 4). Resulta que existe un cierto valor crítico $\tau_{crit.}$, y el sistema muestra un comportamiento cualitativamente diferente para $\tau < \tau_{crit.}$ y para $\tau > \tau_{crit.}$

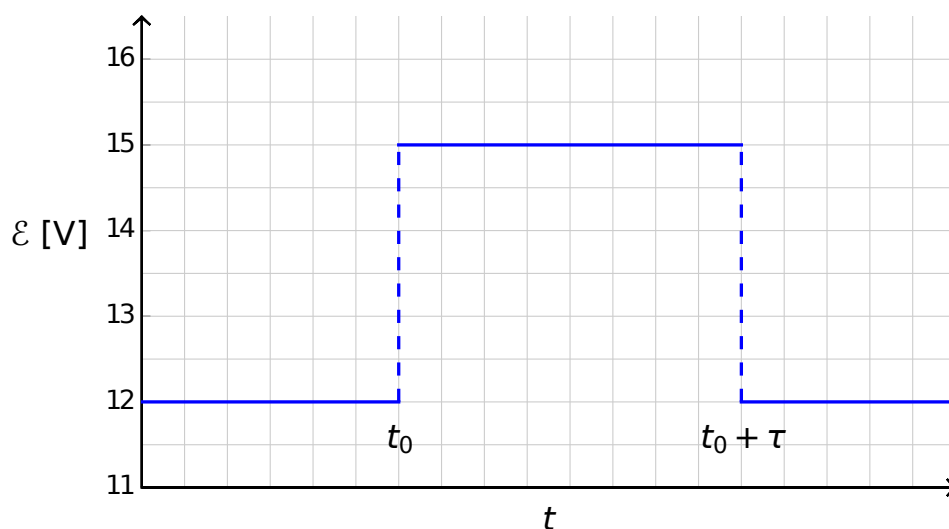


Figura 4. Voltaje de la fuente de voltaje como función del tiempo.

C.1 Haga un bosquejo de la gráfica de la dependencia del tiempo de la corriente $I_X(t)$ en el elemento no lineal X para $\tau < \tau_{\text{crit}}$ y para $\tau > \tau_{\text{crit}}$. 1.2pt

C.2 Encuentre una expresión y el valor numérico del tiempo crítico τ_{crit} para el cual el escenario cambia 0.6pt

C.3 ¿Es el circuito con $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s un neuristor? 0.2pt