

Нелинеарна динамика електричних кола (10 поена)

Молимо вас да прво прочитате општа упутства која се налазе у посебној коверти пре него почнете да решавате задатак.

Увод

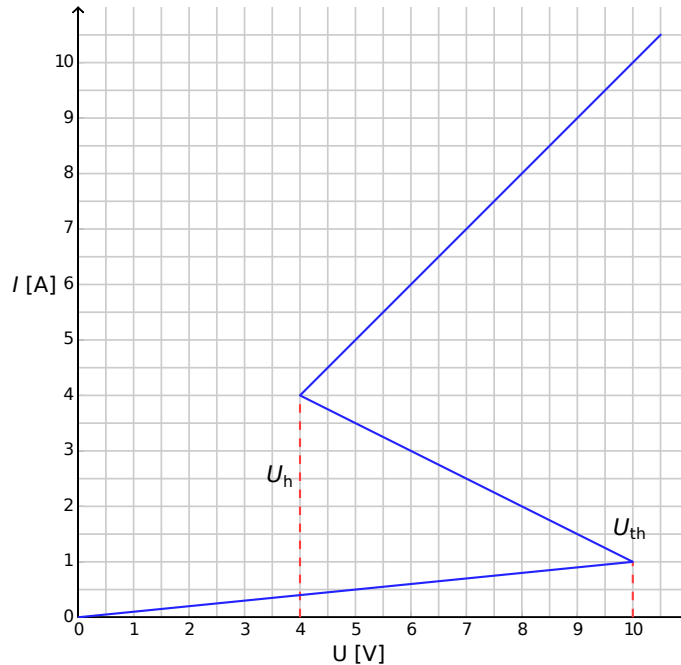
Бистабилни (значи има два стабилна-равнотежна стања) полупроводнички елементи (нпр. тиристор) се користе у електроници као прекидачи или као генератори електромагнетних осцилација. Главна област примене тиристора је контрола наизменичних струја у енергетској електроници, на пример као исправљач наизменичне у једносмерну струју при снагама које су реда мегавата. Бистабилни елементи могу да послуже и као пример самоорганизованих појава у физици (овај пример ће бити разматран у делу Б овог задатка), у биологији (погледај део Ц), као и у другим областима савремене нелинеарне науке.

Циљеви

Циљ је да анализирамо нестабилности и нетривијалну динамику електричних кола која садрже елементе који имају нелинеарну $I - V$ карактеристику. Други циљ је да откријемо могућу примену таквих кола у инжењерству и моделовању биолошких система.

Део А. Стационарна стања и нестабилности (3 поена)

На слици 1. је приказана $I - V$ карактеристика нелинеарног елемента X , која личи на латинично **слово S**. У опсегу напона између $U_h = 4.00 \text{ V}$ (назовимо га holding напон) и $U_{th} = 10.0 \text{ V}$ (назовимо га threshold напон) $I - V$ карактеристика је вишезначна, има више вредности струје за исти напон. Ради једноставности график на Слици 1. је представљен као изломљена линија (свака грана графика је права линија). Вреди поменути да горња линија пролази кроз координатни почетак, ако се продужи. Оваква апроксимација на добар начин описује стварно понашање тиристора.



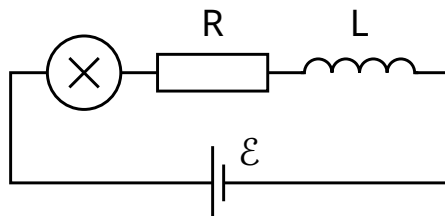
Слика 1. $I - V$ карактеристика нелинеарног елемента X .

- A.1** Користећи се графиком одредите отпор R_{on} елемента X на горњој грани $I - V$ карактеристике, као и отпор R_{off} на доњој грани. Средња грана $I - V$ карактеристике је дата једначином

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}} \quad (1)$$

Нађите вредности параметара I_0 и R_{int} .

Елемент X је повезан редно (погледај Сliku 2) са отпором R , калемом индуктивности L и идеалним извором напона \mathcal{E} . Каже се да је коло у стационарном стању ако струја не зависи од времена $I(t) = \text{const}$.



Слика 2. Коло које садржи елемент X , отпор R , калем индуктивности L , и извор напона \mathcal{E} .

A.2 Који је број могућих стационарних стања кола са Сlike 2. при фиксираној вредности \mathcal{E} и за отпор $R = 3.00 \Omega$? Како ће се променити одговор уколико ставите да је $R = 1.00 \Omega$? 1pt

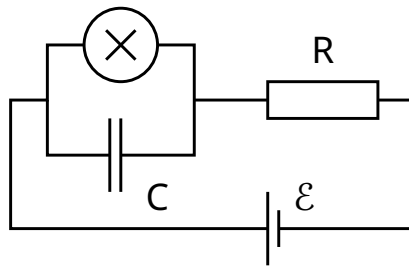
A.3 Нека је за коло са Сlike 2. $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$, и $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Одредите вредност струје $I_{\text{stationary}}$ и напона $V_{\text{stationary}}$ на нелинеарном елементу X у стационарном стању. 0.6pt

Коло са Сlike 2. је у стационарном стању при чему је $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Стационарно стање је стабилно ако се после малог одступања (повећавања или смањивања струје), струја враћа у стационарно стање. Ако систем наставља да се креће од стационарног стања, каже се да је оно нестабилно.

A.4 Користећи бројне вредности из питања **A.3** анализирајте стабилност стационарног стања при $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Да ли је оно стабилно или нестабилно? 1pt

Део Б. Бистабилни нелинеарни елементи у физици: радио одашиљач (5 поена)

Анализирајмо сада другачије електрично коло (види Сlike 3.). Овога пута нелинеарни елемент X је повезан паралелно са кондензатором капацитета $C = 1.00 \mu\text{F}$. Тај блок се затим редно веже са отпором $R = 3.00 \Omega$ и са идеалним извором напона $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Испоставља се да сада електрично коло осцилује тако што нелинеарни елемент X наизменично прелази са једне на другу грану $I - V$ карактеристике током једног циклуса осцилације.



Слика 3. Коло које садржи елемент X , кондензатор C , отпор R , и извор напона \mathcal{E} .

B.1 Нацртајте један циклус осцилација на $I - V$ графику, укључујући и смер (да ли осцилује у смеру казаљке на сату или супротно). Образложите одговор уз помоћ једначина и скица. 1.8pt

B.2 Нађите изразе за времена t_1 и t_2 која систем проводи на свакој од грана $I - V$ графика током једног циклуса осцилација. Израчунајте и њихове бројне вредности. Израчунајте бројну вредност периода осцилација T претпостављајући да је време неопходно систему да скочи са једне на другу грану $I - V$ графика занемарљиво. 1.9pt

B.3 Процените снагу P која се ослобађа на нелинеарном елементу током једног циклуса осцилација. Довољно је да дате ред величине. 0.7pt

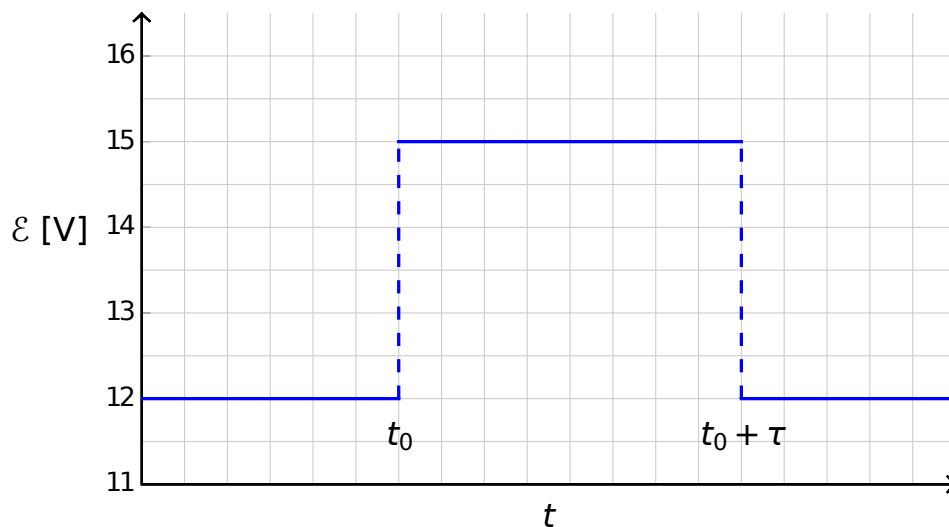
Коло са Сlike 3. се користи за конструкцију радио одашиљача. У ту сврху елемент X се прикачи за један крај линеарне антене (права дугачка жица) дужине s . Други крај жице је слободан. У антени се формирају стојећи електромагнетни таласи. Брзина електромагнетних таласа дуж антене је иста као у вакууму. Одашиљач користи основни хармоник система, који има период T из питања Б.2.

B.4 Која је оптимална дужина s претпостављајући да та дужина не може бити дужа од 1 km? 0.6pt

Део Ц. Бистабилни нелинеарни елементи у биологији: неуристор (2 поена)

У овом делу задатка размотрићемо примену бистабилних нелинеарних елемената за моделовање биолошких процеса. Неурон у људском мозгу има следеће особине: када се побуди неким спољашњим сигналом, он направи само једну осцилацију и затим се врати у почетно стање. Такву особину називамо екситабилност. Због ове особине импулси могу да путују (пропагирају) дуж мреже повезаних неурона који чине нервни систем. Полупроводнички чип који је дизајниран тако да имитира екситабилност и пропагацију импулса се назива *неуристор* (комбинација речи неурон и транзистор).

Покушаћемо да моделујемо једноставни неуристор користећи коло са нелинеарним елементом X које смо претходно анализирали. У том циљу напон \mathcal{E} са Сlike 3. смо смањили на вредност $\mathcal{E}' = 12.0 \text{ V}$. Тада осцилације престају и систем се налази у стационарном стању. Онда напон нагло повећамо на вредност $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$, а након неког временског интервала τ (при чему је $\tau < T$) напон нагло падне на вредност \mathcal{E}' (види Сliku 4.). Испоставља се да постоји одређена критична вредност τ_{crit} , таква да се систем квалитативно различито понаша за $\tau < \tau_{\text{crit}}$ и за $\tau > \tau_{\text{crit}}$.



Слика 4. Напон који даје извор напона као функција времена.

C.1 Скицирајте график временске зависности струје $I_X(t)$ која пролази кроз не-линеарни елемент X за $\tau < \tau_{\text{crit}}$ и за $\tau > \tau_{\text{crit}}$. 1.2pt

C.2 Нађите израз и израчунајте бројну вредност за критично време τ_{crit} за које долази до промене понашања система. 0.6pt

C.3 Да ли је коло са $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s неуристор? 0.2pt