

## Nelineárna dynamika v elektrických obvodoch (10 bodov)

Prečítajte si najprv všeobecné pokyny uložené v osobitnej zložke.

### Úvod

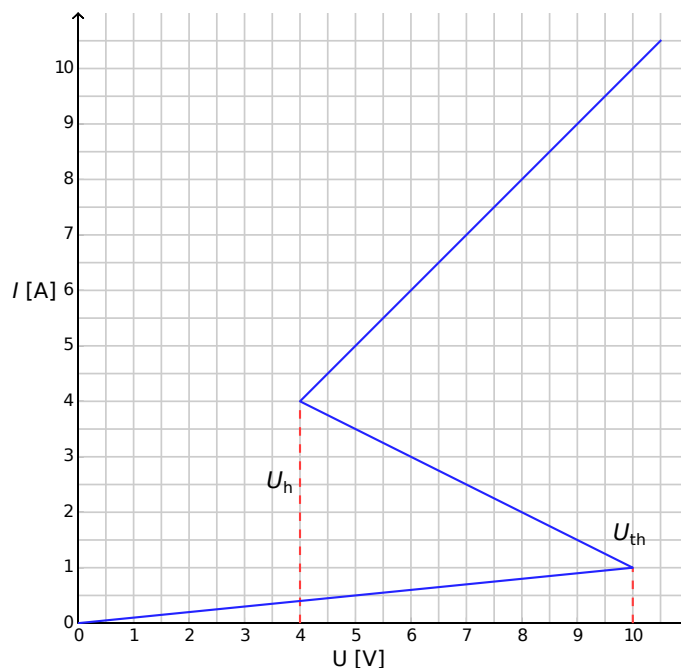
Bistabilné nelineárne polovodičové prvky (napr. tyristory) sa bežne používajú ako prepínače a generátory elektrických oscilácií. Pôvodné poslanie bolo ovládanie výkonu striedavého prúdu, napr. pri usmerňovaní striedavého prúdu na jednosmerný v megawatovej mierke. Bistabilné prvky môžu slúžiť tiež na modelovanie javov samo-usporiadania vo fyzike (táto téma sa vyskytuje v časti B úlohy), biológii (pozri časť C) a iných oblastiach modernej vedy o nelineárnych javoch.

### Ciele

Skúmať nestability a netriviálne dynamiky obvodov s prvkami s nelineárnou  $I$ - $V$  charakteristikou. Objavovať možné aplikácie takýchto obvodov v technickej praxi a v modelovaní biologických systémov.

### Časť A. Stacionárne stavy a nestability (3 body)

Obr. 1 ukazuje tzv.  $I$ - $V$  charakteristiku tvaru  $S$  nelineárneho prvku  $X$ . V rozsahu napätia od  $U_h = 4.00$  V (udržiavacie napätie) do  $U_{th} = 10.0$  V (prahové napätie) je charakteristika nejednoznačná (viachodnotová). Pre zjednodušenie je graf na obr. 1 zostavený z lineárnych úsekov. V tomto prípade predĺženie hornej vetvy prechádza počiatkom. Táto náhrada dobre opisuje skutočný tyristor.



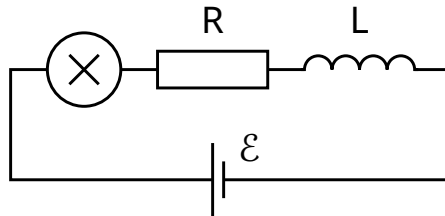
Obr. 1  $I$ - $V$  charakteristika nelineárneho elementu  $X$

- A.1** S použitím grafu určte odpor  $R_{\text{on}}$  elementu  $X$  na hornej vetve  $I$ - $V$  charakteristiky a  $R_{\text{off}}$  na dolnej vetve. Stredná vetva je opísaná rovnicou 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Určte hodnoty parametrov  $I_0$  a  $R_{\text{int}}$ .

Element  $X$  je zapojený do série (obr. 2) s rezistorom  $R$ , induktorom  $L$  a ideálnym zdrojom napätia  $\mathcal{E}$ . Obvod je v stacionárnom stave, ak je prúd v čase konštantný,  $I(t) = \text{const.}$



Obr. 2: Obvod s elementom  $X$ , rezistorom  $R$ , induktorom  $L$  a zdrojom napätia  $\mathcal{E}$

- A.2** Koľko stacionárnych stavov môže mať obvod na obr. 2 pri danej hodnote  $\mathcal{E}$  a odpore  $R = 3.00 \Omega$ ? Ako sa zmení odpoveď pre hodnotu odporu  $R = 1.00 \Omega$ ? 1pt

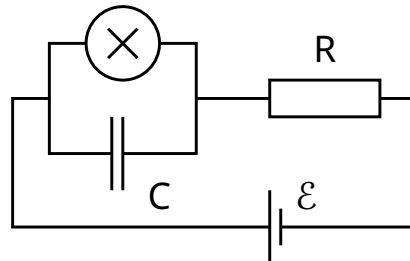
- A.3** Nech  $R = 3.00 \Omega$ ,  $L = 1.00 \mu\text{H}$  a  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$  v obvode na obr. 2. Určte hodnoty prúdu  $I_{\text{stationary}}$  a napätia  $V_{\text{stationary}}$  na nelineárnom prvku  $X$  v stacionárnom stave. 0.6pt

Obvod na obr. 2 je v stacionárnom stave s  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . Vyvoláme malú začiatočnú poruchu (fluktuáciu)  $\delta I$  prúdu:  $I = I_{\text{stationary}} + \delta I$ . Stacionárny stav je stabilný, ak po malom impulze prúdu (kladnom alebo zápornom) sa prúd vráti k pôvodnej hodnote. Ak sa prúd naďalej odchyľuje od stacionárneho stavu, je stav nestabilný.

- A.4** Použite číselné výsledky z **A.3** a vyšetrite stabilitu stacionárneho stavu s  $I(t) = I_{\text{stationary}}$ . Je stabilný alebo nestabilný? 1pt

## Časť B. Bistabilné nelineárne prvky vo fyzike: rádiový vysielač (5 bodov)

Teraz budete vyšetrovať nový obvod podľa obr. 3. V tomto prípade je nelineárny prvok  $X$  zapojený paralelne s kapacitorom s kapacitou  $C = 1.00 \mu\text{F}$ . Táto dvojica je spojená sériovo s rezistorom s odporom  $R = 3.00 \Omega$  a ideálnym zdrojom napätia s napätím  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ . Ukazuje sa, že v tomto obvode nastávajú oscilácie spôsobené periodickými preskokmi nelineárneho prvku  $X$  z jednej vetvy  $I - V$  charakteristiky na druhú počas jedného cyklu.



Obr. 3: Obvod s prvkom  $X$ , kapacitorom  $C$ , rezistorom  $R$  a zdrojom napätia  $\mathcal{E}$

- |            |  |       |
|------------|--|-------|
| <b>B.1</b> | Zakreslite cyklus oscilácie do $I - V$ grafu vrátane vyznačenia smeru obehu (v smere alebo proti smeru hodinových ručičiek). Zdôvodnite odpoveď pomocou rovníc a obrázkov.   | 1.8pt |
| <b>B.2</b> | Odvodte vzťahy pre časy $t_1$ a $t_2$ , ktoré strávi sústava v každej vetve $I - V$ charakteristiky počas jedného cyklu. Určte ich číselné hodnoty. Určte číselnú hodnotu periódy $T$ oscilácií, ak predpokladáte, že čas preskoku z jednej vetvy $I - V$ grafu na druhú je zanedbateľne malý. | 1.9pt |
| <b>B.3</b> | Odhadnite priemerný výkon $P$ spotrebovaný na nelineárnom prvku počas oscilácií. Postačuje určiť rád hodnoty.  | 0.7pt |

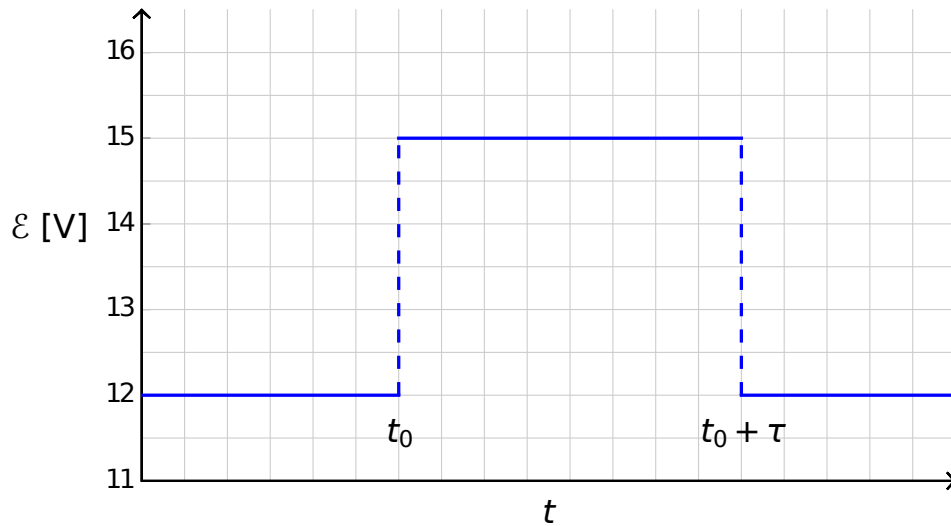
Obvod na obr. 3 sa dá použiť aj na konštrukciu vysielача. Na tento účel sa k prvku  $X$  pripevní jeden koniec tyčovej antény (dlhého priameho drôtu) s dĺžkou  $s$ . Druhý koniec drôtu je voľný. V anténe vzniká stojatá elektromagnetická vlna. Rýchlosť šírenia vlny v anténe je rovnaká ako vo vákuu. Vysielač využíva základnú harmonickú vlnu s periódou  $T$  podľa úlohy B.2.

- |            |  |       |
|------------|--|-------|
| <b>B.4</b> | Aká je optimálna hodnoty dĺžky $s$ , ak požadujeme aby nepresiahla hodnotu 1km ? | 0.6pt |
|------------|--|-------|

### Časť C. Bistabilné nelineárne prvky v biológii: neuristor (2 body)

V tejto časti úlohy sa uvažuje s aplikáciou bistabilných nelineárnych prvkov na modelovanie biologického procesu. Neuron v ľudskom mozgu má nasledujúce vlastnosti: ak je excitovaný vonkajším signálom, vykoná jeden jednoduchý kmit a vráti sa nazad do pôvodného stavu. To sa nazýva excitabilita. Vďaka tejto vlastnosti sa môžu impulzy šíriť v sieti vzájomne pospájaných neurónov tvoriacich nervovú sústavu. Polovodičový čip navrhnutý na imitáciu excitability a prenosu impulzu sa nazýva *neuristor* (odvodené z *neurón* a *tranzistor*).

Pokúsite sa modelovať jednoduchý neuristor pomocou obvodu s nelineárnym prvkom  $X$ , ktorý ste skúmali predtým. Ak sa v obvode na obr. 3 zníži napätie na hodnotu  $\mathcal{E}' = 12.0 \text{ V}$ , oscilácie zaniknú a obvod prejde do stacionárneho stavu. Potom sa napätie prudko zvýši nazad na hodnotu  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$  a za čas  $\tau$  (pričom  $\tau < T$ ) zasa vráti na hodnotu  $\mathcal{E}'$  (pozrite obr. 4). Ukazuje sa, že existuje určitá kritická hodnota  $\tau_{\text{crit}}$ , pričom systém sa správa odlišne pre  $\tau < \tau_{\text{crit}}$  a pre  $\tau > \tau_{\text{crit}}$ .



Obr. 4: Napätie zdroja napätia ako funkcia času

- |            |   |       |
|------------|---|-------|
| <b>C.1</b> | Graficky znázorníte časové závislosti prúdu $I_X(t)$ , ktorý prechádza cez nelineárny prvok $X$ pre $\tau < \tau_{\text{crit}}$ a pre $\tau > \tau_{\text{crit}}$ . | 1.2pt |
| <b>C.2</b> | Odvodíte vzťah a určíte číselnú hodnotu pre kritický čas $\tau_{\text{crit}}$ , pri ktorom sa prepína charakter správania sa obvodu.                                | 0.6pt |
| <b>C.3</b> | Je obvod s $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s neuristor?  | 0.2pt |