

Nelinearna dinamika v električnih krogih (10 točk)

Preden se lotiš reševanja naloge preberi Splošna navodila.

Uvod

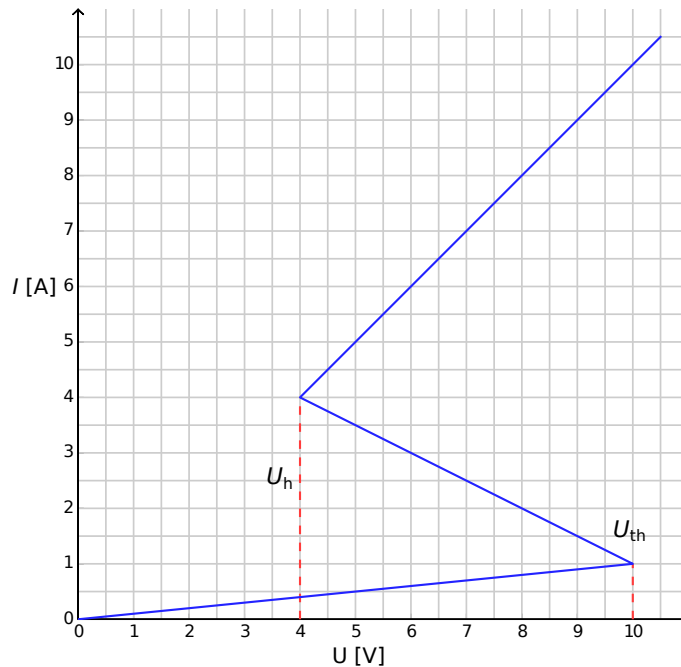
Bistabilni nelinearni polprevodniški elementi (na primer tiristorji) se v elektronskih napravah pogosto uporabljajo kot stikala ali generatorji elektromagnetnih nihanj. Glavno področje uporabe tiristorjev je kontrola spremenljivih tokov v elektronskih napajalnikih, na primer pretvarjanje izmeničnega toka v enosmernega na megavatni skali. Bistabilne elemente lahko uporabimo tudi v modelskih sistemih za raziskovanje fizikalnih pojavov samo-organiziranosti (ta vidik je vključen v del B), v biologiji (del C) in na drugih področjih raziskav nelinearnih sistemov.

Cilji

Raziskali bomo nestabilnosti in netrivialno dinamiko električnih vezij vključno z elementi, ki imajo nelinearno $I - V$ karakteristiko. Poiskali bomo možne uporabe takih vezij v tehnologiji in v modeliranju bioloških sistemov.

Del A. Stacionarna stanja in nestabilnosti (3 točke)

Slika 1 kaže tako imenovano **S-obliko** $I - V$ karakteristike nelinearnega elementa X . V območju napetosti med $U_h = 4.00$ V (spodnja mejna napetost = *holding voltage*) in $U_{th} = 10.0$ V (zgornja mejna napetost = *threshold voltage*) $I - V$ karakteristika ni enolična, ampak večlična, pri isti napetosti je možnih več vrednosti toka. Poenostavljeno karakteristiko, sestavljeno iz več linearnih delov (vsaka veja karakteristike v posameznem območju je ravna črta) kaže graf na sliki 1. Upoštevaj, da bi šla zgornja veja, če bi jo podaljšal, skozi izhodišče koordinatnega sistema. Ta poenostavljena karakteristika dobro opiše obnašanje pravih tiristorjev.



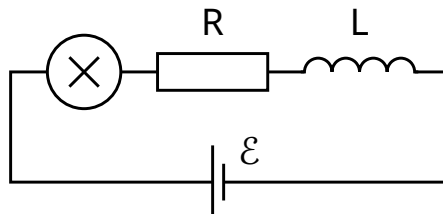
Slika 1: Graf $I - V$ karakteristike nelinearnega elementa X .

- A.1** Iz grafa določi upor R_{on} elementa X na zgornji veji $I - V$ karakteristike in R_{off} na spodnji veji $I - V$ karakteristike. Srednjo vejo opiše enačba 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}} \quad (1)$$

Določi vrednosti parametrov I_0 in R_{int} .

Element X je zaporedno vezan (glej sliko 2) z upornikom R , tuljavo L in idealnim virom napetosti \mathcal{E} (notranji upor vira je nič). Kadar se tok I skozi vezje ne spreminja s časom ($I(t) = \text{konst}$), pravimo, da je vezje v stacionarnem stanju.



Slika 2: Vezje z elementom X , upornikom R , tuljavo L in virom napetosti \mathcal{E} .

- A.2** Kolikšna so možna števila stacionarnih stanj za vezje na sliki 2 pri konstantni vrednosti napetosti \mathcal{E} in vrednosti upora $R = 3.00 \Omega$? Kako se odgovor spremeni, če je upor $R = 1.00 \Omega$? 1pt

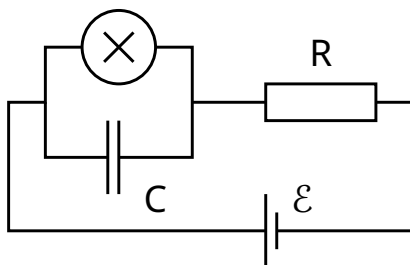
- A.3** Vrednosti elementov v vezju na sliki 2 so $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ in $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. 0.6pt
Določi vrednosti toka $I_{\text{stationary}}$ in napetosti $V_{\text{stationary}}$ na nelinearnem elementu X v stacionarnem stanju.

Vezje na sliki 2 je v stacionarnem stanju $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Za stacionarno stanje pravimo, da je stabilno, če se po majhni motnji (majhno povečanje ali zmanjšanje toka) vrednost toka vrača proti začetni vrednosti. Če se po majhni motnji sistem vedno bolj oddaljuje od začetnega stacionarnega stanja, pravimo, da je stanje nestabilno.

- A.4** Uporabi številске vrednosti iz vprašanja A.3 in razišči stabilnost stacionarnega stanja $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Je to stacionarno stanje stabilno ali nestabilno? 1pt

Del B. Bistabilni nelinearni elementi v fiziki: radijski oddajnik (5 točk)

V nalogi obravnavamo novo vezje (glej sliko 3). Zdaj je nelinearni element X vezan vzporedno s kondenzatorjem s kapaciteto $C = 1.00 \mu\text{F}$. Oba elementa skupaj sta vezana zaporedno z upornikom z uporom $R = 3.00 \Omega$ in idealnim virom napetosti s konstantno napetostjo $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Izkaže se, da se v tem vezju pojavi periodično obnašanje, pri katerem nelinearni element X v enem ciklu preskoči z ene veje $I - V$ karakteristike na drugo in nazaj.



Slika 3: Vezje z nelinearnim elementom X , kondenzatorjem C , upornikom R in virom napetosti \mathcal{E} .

- B.1** Na graf $I - V$ karakteristike nariši cikel, ki opisuje periodično obnašanje, in označi smer dogajanja (v smeri urinih kazalcev ali v nasprotni smeri). Z enačbami in skicami utemelji svoj odgovor. 1.8pt

- B.2** Izpelji in zapiši izraza za časa t_1 in t_2 , ko je sistem na vsaki od dveh vej $I - V$ karakteristike v enem ciklu periodičnega obnašanja. Izračunaj številski vrednosti časov t_1 in t_2 . Predpostavi, da je čas, potreben za skok med vejama $I - V$ karakteristike, zanemarljiv, in izračunaj številsko vrednost trajanja enega cikla T periodičnega obnašanja. 1.9pt

- B.3** Oceni povprečno moč P , ki jo oddaja nelinearni element v enem ciklu. Za oceno je dovolj, da ugotoviš red velikosti moči P . 0.7pt

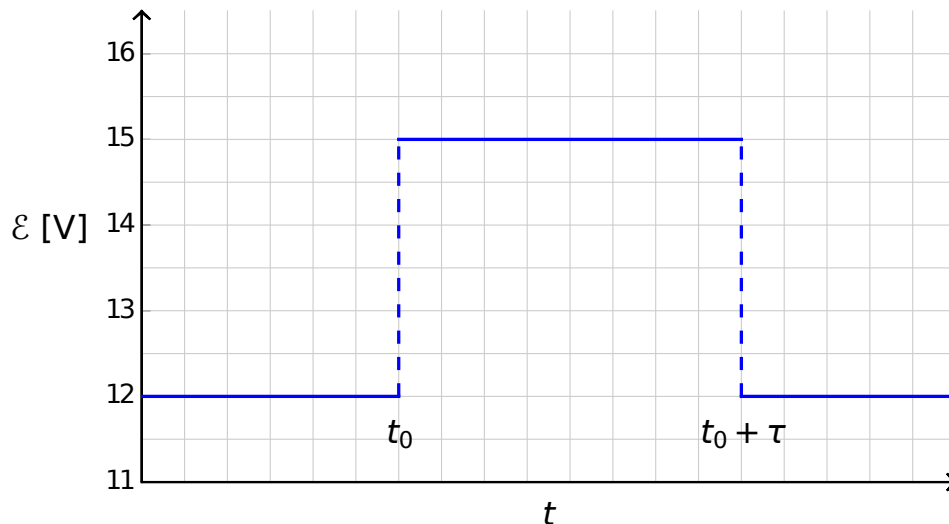
Veže na sliki 3 uporabimo, da zgradimo radijski oddajnik. V tem primeru je element X povezan na eno krajišče ravne antene (dolga ravna žica) z dolžino s . Drugo krajišče žice je prosto. V anteni se vzpostavi stoječe valovanje. Hitrost elektromagnetnega valovanja vzdolž antene je enaka kot v vakuumu. Oddajnik uporablja osnovni način nihanja sistema, ki ima nihajni čas enak času T iz vprašanja **B.2**.

B.4 Kolikšna je optimalna dolžina antene s , če ne dovolimo, da bi bila antena daljša od 1 km? 0.6pt

Del C. Bistabilni nelinearni element v biologiji: nevristor (2 točki)

V tem delu naloge obravnavamo uporabo bistabilnih nelinearnih elementov za modeliranje bioloških procesov. Nevron v človeških možganih ima naslednjo lastnost: ko je vzbujen z zunanjim dražljajem, enkrat samkrat zaniha in se vrne v začetno stanje. Ta lastnost se imenuje vzdražnost. Zaradi vzdražnosti nevronov se lahko po mreži sklopljenih nevronov, ki sestavljajo živčni sistem, širijo signali. Polprevodniški čip, ki je oblikovan za to, da oponaša vzdražnost in širjenje signalov, se imenuje *nevristor* (iz besed nevron in tranzistor).

V tem delu obravnavamo model preprostega nevristorja z vezjem, ki vsebuje nelinearni element X , ki smo ga raziskovali v prejšnjih delih naloge. Napetost \mathcal{E} v vezju na sliki 3 zmanjšamo na vrednost $\mathcal{E}' = 12.0$ V. Periodično obnašanje se zato ustavi in sistem doseže stacionarno stanje. Nato napetost skokoma povečamo na $\mathcal{E} = 15.0$ V in jo po času τ (kjer je $\tau < T$) skokoma ponovno nastavimo na vrednost \mathcal{E}' (glej sliko 4). Izkazuje se, da obstaja kritični čas τ_{crit} . Sistem kaže kvalitativno različno obnašanje za $\tau < \tau_{\text{crit}}$ in za $\tau > \tau_{\text{crit}}$.



Slika 4: Izhodna napetost vira napetosti v odvisnosti od časa.

C.1 Skiciraj graf odvisnosti toka $I_X(t)$ skozi nelinearni element X od časa za primer $\tau < \tau_{\text{crit}}$ in za primer $\tau > \tau_{\text{crit}}$. 1.2pt

C.2 Izpelji izraz in izračunaj številsko vrednost kritičnega časa τ_{crit} , kjer se obnašanje spremeni. 0.6pt

C.3 Ali deluje vezje pri vrednosti $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s kot nevristor?

0.2pt