Icke-linjära elektriska kretsar (10 poäng)

Läs de allmänna anvisningarna i det separata kuvertet innan du börjar.

Introduktion

Bistabila icke-linjära halvledare (t.ex. tyristorer) återfinns ofta som brytare och generatorer i elektriska sammanhang. Tyristorer används i våra "kraftsystem" för att de kan likrikta stora effekter, dvs. omvandla växelström (AC) till likström (DC) på megawattskala. Bistabila halvledare kan också utnyttjas för att göra modeller av självorganiserande system inom fysik (del B), inom biologi (del C) och inom andra vetenskapsområden med icke-linjära inslag.

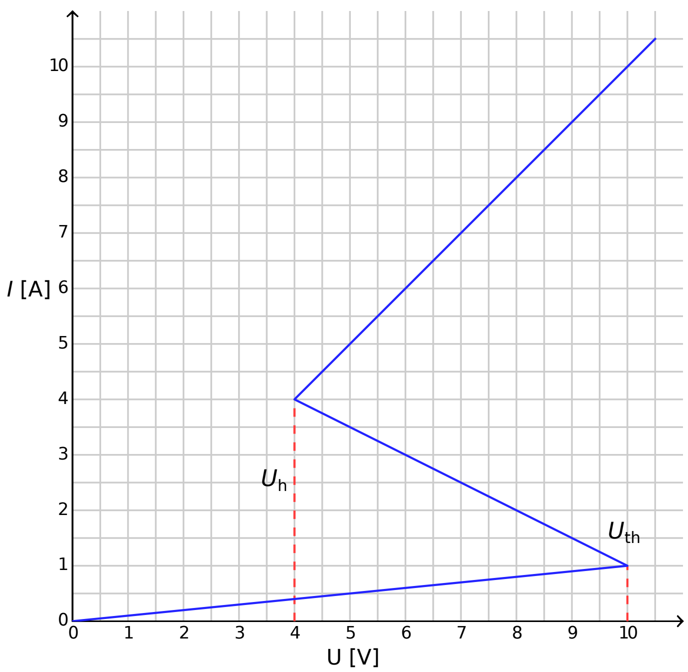
Mål

Att studera dynamik och instabilitet hos icke-linjära kretsar, som innehåller komponenter med icke-linjär $I-V$-karaktäristik.

Att upptäcka tänkbara tillämpningar av sådana kretsar inom teknik och inom modellering av biologiska system.

Del A. Stationära tillstånd och instabiliteter (3 poäng)

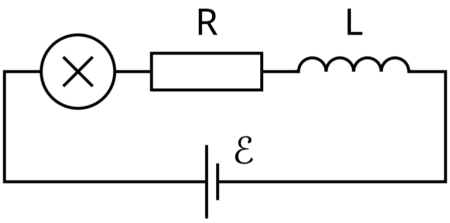
Fig. 1 visar den s.k. **S-formade** $I-V$-karaktäristiken för ett icke-linjärt element X. I området mellan $U_\mathrm{h} = 4{,}00\ \mathrm{V}$ (se fig 1) och $U_\mathrm{th} = 10{,}0\ \mathrm{V}$ (se fig 1) visar $I-V$-karaktäristiken att fler värden kan förekomma. För enkelhets skull har karaktäristiken i Fig. 1 ritats med styckvis räta linjer (varje område representeras av en rät linje). Notera speciellt att förlängningen av den övre grenens räta linje går genom origo. Denna approximation beskriver verkliga tyristorer ganska bra.



Figur 1: $I-V$-karaktäristik för det icke-linjära elementet X.

A.1	Använd grafen för att bestämma resistansen R_{on} hos X för $I-V$-karaktäristikens övre gren, respektive R_{off} för dess undre gren. Mellangrenen beskrivs av ekvationen: $$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$ Beräkna värdena på I_0 och R_{int}.	0.4pt

Elementet X kopplas i serie med en resistor R, en spole L och en ideal spänningskälla $\mathcal{E}$. Kretsen sägs vara stationär om strömstyrkan är konstant över tid. $I(t) = \text{const}$.



Figur 2: Krets med elementet X, resistorn R, spolen L och spänningskällan $\mathcal{E}$.

A.2	Vilka är de möjliga värdena på antalet stationära tillstånd för kretsen i Fig. 2 för ett fast värde på $\mathcal{E}$ och $R = 3,00\ \Omega$? Hur ändras detta om $R = 1,00\ \Omega$?	1pt

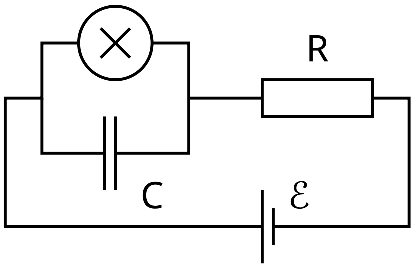
A.3	Låt $R = 3,00\ \Omega, L = 1,00\ \mu\text{H}$ och $\mathcal{E} = 15.0\ \text{V}$ i kretsen i Fig. 2. Bestäm strömstyrkan $I_{\text{stationary}}$ och spänningen $V_{\text{stationary}}$ för det icke-linjära elementet X i det stationära tillståndet.	0.6pt

Kretsen i Fig. 2 befinner sig i det stationära tillståndet $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Detta stationära tillstånd sägs vara *stabilt* om strömstyrkan efter en liten förändring (ökning eller minskning av strömstyrkan) återvänder mot det stationära tillståndet. Om systemet i stället avlägsnar sig från det stationära tillståndet, sägs detta vara *instabilt*.

A.4	Använd de numeriska värdena i deluppgift **A.3** för att studera stabiliteten hos det stationära tillståndet med $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Är det stabilt eller instabilt?	1pt

Del B. Bistabila icke-linjära komponenter inom fysik: Radiosändare (5 poäng)

Vi ska nu studera en delvis ny krets (se fig. 3). Det icke-linjära elementet X är parallellkopplat med en kondensator som har kapacitansen $C = 1,00\ \mu\text{F}$. Detta är i sin tur seriekopplat med en resistor som har resistansen $R = 3,00\ \Omega$ och en ideal spänningskälla med $\mathcal{E} = 15.0\ \text{V}$. Det visar sig att denna krets kan oscillera på så sätt att det icke-linjära elementet X hoppar från en gren på $I-V$-karaktäristiken till en annan under en cykel.



Figur 3: Krets med elementet X, kondensatorn C, resistorn Roch spänningskällan $\mathcal{E}$.

B.1	Rita en oscillationscykel i $I-V$-grafen, och markera om cykeln genomlöps med- eller moturs. Motivera ditt svar med ekvationer och skisser.	1.8pt

B.2	Ange ett uttryck för tiderna $t_1$och t_2 som systemet tillbringar på varje gren under en oscillationscykel. Beräkna också tidernas numeriska värden. Beräkna också tiden T för en oscillationscykel, givet att tiden för att hoppa mellan grenarna kan försummas.	1.9pt

B.3	Uppskatta medeleffekten P som kretsen förbrukar under en oscillationscykel. Det är tillräckligt ange storleksordningen.	0.7pt

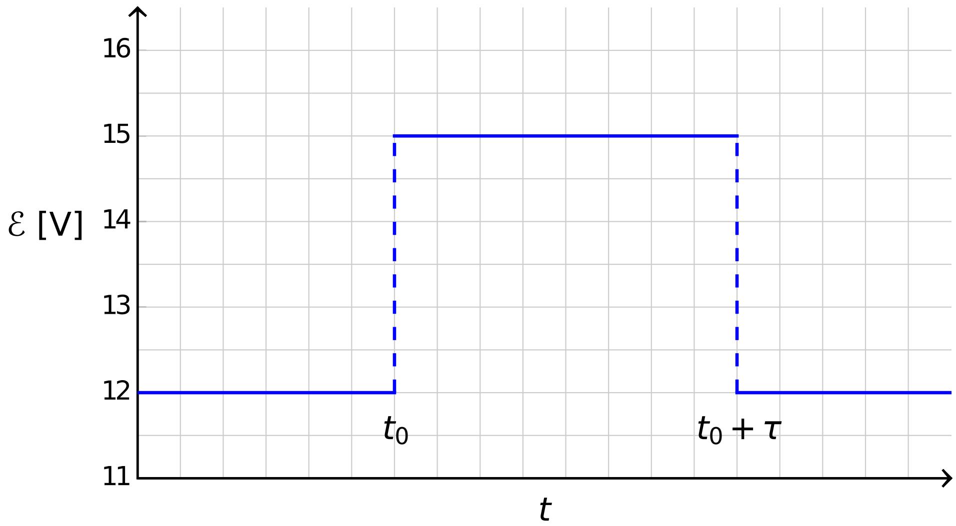
Kretsen i fig. 3 kan användas som radiosändare. Detta görs genom att man ansluter elementet X till en linjär antenn (en lång rak tråd) med längden s. Trådens andra ände är fri. I antennen uppstår en stående elektromagnetisk våg. De elektromagnetiska vågornas fart längs antennen är densamma som i vakuum. Sändaren antas sända på systemets huvudfrekvens, som har perioden T från fråga **B.2**.

B.4	Vilken är antennens optimala längd s givet att den är kortare än $1\ \mathrm{km}$?	0.6pt

Del C. Bistabila icke-linjära komponenter inom biologi: Neuristor (2 poäng)

I denna del ska vi studera tillämpningar av bistabila icke-linjära komponenter för att modellera biologiska processer. En neuron i människohjärnan har följande egenskap: När den exciteras av en extern signal gör den en enda oscillation och återgår sedan till ursprungstillståndet. Denna egenskap kallas excitabilitet. På så sätt kan pulser röra sig i det nätverk av hopkopplade neuroner som utgör nervsystemet. Ett halvledarchip avsett för att åstadkomma excitabilitet och pulstransport kallas *neuristor* (från neuron och transistor).

Vi ska försöka göra en modell av en enkel neuristor, med hjälp av det icke-linjära elementet X från tidigare. Spänningen $\mathcal{E}$ i fig. 3 ska nu minskas till $\mathcal{E}' = 12.0\ \mathrm{V}$. Därmed stannar oscillationerna och systemet når sitt stationära tillstånd. Därpå ökas spänningen snabbt tillbaka till $\mathcal{E} = 15.0\ \mathrm{V}$, och efter tiden τ ($\tau < T$) minskas den åter till $\mathcal{E}'$ (se fig. 4). Det visar sig att det finns ett kritiskt värde $\tau_{\mathrm{crit.}}$, och att systemet beter sig olika för $\tau < \tau_{\mathrm{crit}}$ och för $\tau > \tau_{\mathrm{crit}}$.



Figur 4: Spänningkällans spänning som funktion av tiden.

C.1	Rita grafer som visar hur strömstyrkan $I_X(t)$ beror på tiden för det icke-linjära elementet X, både för $\tau < \tau_{\text{crit}}$ och $\tau > \tau_{\text{crit}}$.	1.2pt
C.2	Ange ett uttryck för samt beräkna det numeriska värdet på den kritiska tiden τ_{crit} .	0.6pt
C.3	Är en krets med $\tau = 1{,}00 \times 10^{-6}$ s en neuristor?	0.2pt