

Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων (LHC) (10 μονάδες)

Σας παρακαλούμε να διαβάσετε προσεκτικά τις Γενικές Οδηγίες που υπάρχουν στον ξεχωριστό φάκελο πριν ξεκινήσετε την επίλυση του προβλήματος.

Σε αυτό το πρόβλημα θα ασχοληθείτε με τη Φυσική που κρύβεται πίσω από τη λειτουργία του επιταχυντή σωματιδίων LHC (Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων) που βρίσκεται στο CERN.

Το CERN είναι το μεγαλύτερο ερευνητικό κέντρο σωματιδίων στον κόσμο. Στόχος του είναι η κατανόηση των θεμελιωδών φυσικών νόμων. Δύο δέσμες σωματιδίων επιταχύνονται ώστε να αποκτήσουν μεγάλη ενέργεια. Στη συνέχεια, λόγω ισχυρού μαγνητικού πεδίου, κατευθύνονται σε κυκλική τροχιά γύρω από ένα κυκλικό επιταχυντή που έχει σχήμα δακτυλίου και τέλος οι δύο δέσμες συγκρούονται μεταξύ τους. Τα πρωτόνια κατά την κίνησή τους δεν κατανομούνται ομοιόμορφα γύρω από την περιφέρεια του επιταχυντή, αλλά συγκεντρώνονται στα αποκαλούμενα πακέτα. Τα σωματίδια που δημιουργούνται λόγω των συγκρούσεων παρατηρούνται με μεγάλους ανιχνευτές.

Κάποια στοιχεία που αφορούν τον LHC δίνονται στον πίνακα 1 που ακολουθεί.

Δακτύλιος LHC	
Περιφέρεια δακτυλίου	26659 m
Αριθμός πακέτων πρωτονίων ανά δέσμη	2808
Αριθμός πρωτονίων ανά πακέτο	1.15×10^{11}
Δέσμες πρωτονίων (Proton beams)	
Ενέργεια πρωτονίων	7.00 TeV
Ενέργεια του κέντρου μάζας	14.0 TeV

Πίνακας 1: Στοιχεία που αφορούν τον Μεγάλο Επιταχυντή Αδρονίων

Οι επιστήμονες που ασχολούνται με τη Σωματιδιακή Φυσική χρησιμοποιούν εναλλακτικές μονάδες μέτρησης για την ενέργεια, την ορμή και τη μάζα. Η μονάδα μέτρησης της ενέργειας είναι τα ηλεκτρονιοβόλτ [eV]. Εξ ορισμού, 1 eV είναι η ενέργεια που αποκτά ένα σωματίδιο με φορτίο ίσο με το φορτίο του ηλεκτρονίου, e , το οποίο κινείται ανάμεσα σε δύο σημεία που έχουν διαφορά δυναμικού ένα Volt ($1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$).

Η μονάδα μέτρησης της ορμής είναι eV/c και της μάζας eV/c^2 , όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Το 1 eV είναι μια πολύ μικρή ποσότητα ενέργειας. Για τον λόγο αυτό οι επιστήμονες Σωματιδιακής Φυσικής χρησιμοποιούν πολύ συχνά τα MeV ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$), GeV ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$) ή TeV ($1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$).

Στο Μέρος Α θα ασχοληθείτε με την επιτάχυνση των πρωτονίων ή των ηλεκτρονίων.

Στο Μέρος Β θα σας απασχολήσει η ταυτοποίηση των σωματιδίων που δημιουργούνται λόγω των συγκρούσεων στο CERN.

Μέρος Α. Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων (LHC) (6 μονάδες)

Επιτάχυνση:

Να υποθέσετε ότι τα πρωτόνια έχουν επιταχυνθεί με τόση διαφορά δυναμικού V , ώστε η ταχύτητα που έχουν αποκτήσει να είναι πολύ κοντά στην ταχύτητα του φωτός. Αγνοήστε την απώλεια ενέργειας που υπάρχει λόγω της ακτινοβολίας ή λόγω των συγκρούσεων τους με άλλα σωματίδια.

- A.1** Να βρείτε την ακριβή σχέση που εκφράζει την τελική ταχύτητα v των πρωτονίων σε συνάρτηση με τη διαφορά δυναμικού V που τα επιταχύνει, καθώς και με άλλες φυσικές σταθερές. 0.7pt

Σε ένα μελλοντικό πείραμα στο CERN, προβλέπεται να χρησιμοποιηθούν πρωτόνια από τον επιταχυντή LHC τα οποία θα συγκρουστούν με ηλεκτρόνια ενέργειας 60.0 GeV.

- A.2** Για σωματίδια με μεγάλη ενέργεια και μικρή μάζα, ο συντελεστής σχετικιστικής απόκλισης $\Delta = (c - v)/c$ της τελικής ταχύτητας v από την ταχύτητα του φωτός είναι πολύ μικρός. Να εξάγετε μια πρώτης τάξης προσεγγιστική σχέση για το Δ και να τη χρησιμοποιήσετε για να υπολογίσετε την τιμή του Δ για ηλεκτρόνια ενέργειας 60.0 GeV. Να χρησιμοποιήσετε τη διαφορά δυναμικού V και φυσικές σταθερές. 0.8pt

Ας επανέλθουμε στα πρωτόνια που υπάρχουν στον LHC. Να υποθέσετε ότι ο σωλήνας στον οποίο βρίσκεται η δέσμη πρωτονίων έχει κυκλικό σχήμα.

- A.3** Να εξάγετε μια σχέση για την ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου B που απαιτείται για να παραμείνει η δέσμη πρωτονίων σε κυκλική τροχιά. Η σχέση που θα εξάγετε θα πρέπει να περιλαμβάνει μόνο: την ενέργεια E των πρωτονίων, την περιφέρεια L , θεμελιώδεις σταθερές και αριθμούς. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κατάλληλες προσεγγίσεις αν δεν επηρεάζεται η ακρίβεια που καθορίζεται από τον ελάχιστο αριθμό σημαντικών ψηφίων. Τέλος, να υπολογίσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου B για ένα πρωτόνιο ενέργειας $E = 7.00$ TeV, θεωρώντας αμελητέες τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των πρωτονίων. 1.0pt

Ισχύς εκπεμπόμενης ακτινοβολίας

Ένα επιταχυνόμενο φορτισμένο σωματίδιο εκπέμπει ενέργεια υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Για ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται σε κυκλική τροχιά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα η ισχύς της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας P_{rad} του εξαρτάται μόνο από την επιτάχυνση του a , το φορτίο του q , την ταχύτητα του φωτός c και τη μαγνητική διαπερατότητα του κενού ϵ_0 .

- A.4** Να εξάγετε τη σχέση για την ισχύ της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας P_{rad} χρησιμοποιώντας διαστατική ανάλυση. 1.0pt

Η πραγματική σχέση για την ισχύ της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας περιέχει τον όρο $1/(6\pi)$. Παρόλα αυτά μια ολοκληρωμένη σχετικιστική εξαγωγή της σχέσης περιέχει ακόμα ένα πολλαπλασιαστικό όρο γ^4 , όπου $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$.

- A.5** Να υπολογίσετε τη συνολική ισχύ P_{tot} της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από τον επιταχυντή LHC από ένα πρωτόνιο ενέργειας $E = 7.00 \text{ TeV}$ (Πίνακας 1). Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κατάλληλες προσεγγίσεις. 1.0pt

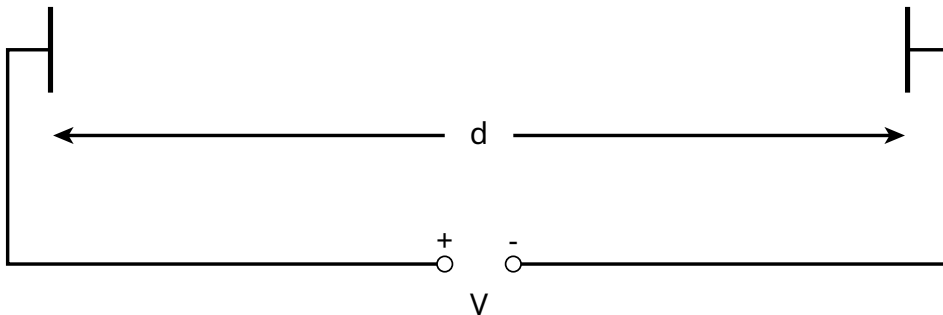
Γραμμική Επιτάχυνση:

Στο CERN, πρωτόνια που βρίσκονται σε ηρεμία επιταχύνονται από ένα γραμμικό επιταχυντή μήκους $d = 30.0 \text{ m}$, με διαφορά δυναμικού $V = 500 \text{ MV}$.

Ένας γραμμικός επιταχυντής αποτελείται από δύο επίπεδα, όπως απεικονίζεται στην εικόνα 1.

Να υποθέσετε ότι το ηλεκτρικό πεδίο είναι ομογενές.

- A.6** Να υπολογίσετε τον χρόνο T που χρειάζονται τα πρωτόνια για να διασχίσουν το εν λόγω ηλεκτρικό πεδίο. 1.5pt



Σχήμα 1: Σχηματική αναπαράσταση ενός τμήματος του επιταχυντή.

Μέρος Β. Ταυτοποίηση Σωματιδίων (4 μονάδες)

Χρόνος Πτήσης:

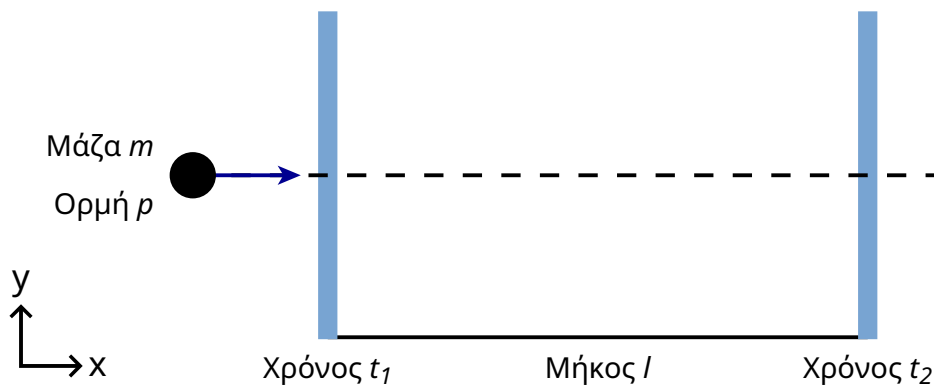
Για να ερμηνευτεί η διαδικασία αλληλεπίδρασης, είναι σημαντικό να ταυτοποιηθούν τα σωματίδια υψηλής ενέργειας που δημιουργούνται κατά τη σύγκρουση.

Μια απλή μέθοδος που μπορεί να εφαρμοστεί είναι να μετρηθεί ο χρόνος (t) που χρειάζεται ένα σωματίδιο γνωστής ορμής για να διανύσει απόσταση l στον ανιχνευτή χρόνου πτήσης "Time-of-Flight" (ToF).

Στον πίνακα 2 αναγράφονται τα ονόματα σωματιδίων που έχουν ταυτοποιηθεί στον ανιχνευτή καθώς και η μάζα του καθενός.

Σωματίδιο	Μάζα [MeV/c ²]
Δευτέριο (Deuteron)	1876
Πρωτόνιο (Proton)	938
Φορτισμένο σωματίδιο Κ ή Καόνιο (Kaon)	494
Φορτισμένο σωματίδιο Π ή Πιόνιο (Pion)	140
Ηλεκτρόνιο (Electron)	0.511

Πίνακας 2: Σωματίδια και οι μάζες τους.



Σχήμα 2: Σχηματική αναπαράσταση ενός ανιχνευτή χρόνου πτήσης ToF.

B.1 Να εκφράσετε τη μάζα m του σωματιδίου ως συνάρτηση της ορμής p , του μήκους πτήσης l και του χρόνου πτήσης t . Να υποθέσετε ότι τα σωματίδια έχουν το στοιχειώδες φορτίο e , κινούνται με ταχύτητα που πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός c σε ευθύγραμμες τροχιές μέσα στον ανιχνευτή ToF, καθώς και ότι κινούνται κάθετα στα δύο επίπεδα ανίχνευσης. (Σχήμα 2). 0.8pt

B.2 Να υπολογίσετε το ελάχιστο μήκος l ενός ανιχνευτή χρόνου πτήσης (ToF), ο οποίος επιτρέπει τη διάκριση ενός φορτισμένου καονίου (K^0) από ένα φορτισμένο πιόνιο (π^0). Η ορμή του κάθενός έχει μετρηθεί και είναι $1.00 \text{ GeV}/c$. Για ικανοποιητικό διαχωρισμό των σωματιδίων πρέπει η διαφορά των χρόνων πτήσης τους να ξεπερνά το τριπλάσιο της διαχωριστικής ικανότητας χρόνου του ανιχνευτή. Τυπική τιμή της διαχωριστικής ικανότητας του ανιχνευτή ToF είναι 150 ps ($1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$). 0.7pt

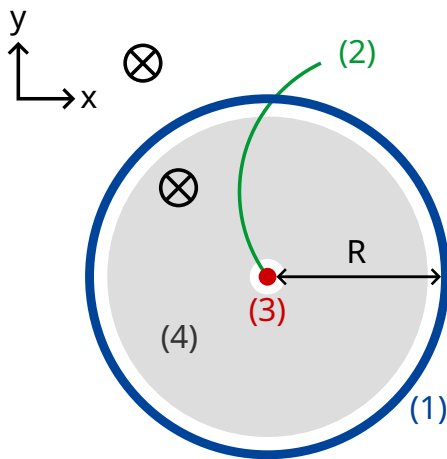
Στα ακόλουθα, σωματίδια που παράγονται σε ένα τυπικό ανιχνευτή LHC ταυτοποιούνται σε ένα ανιχνευτή δύο σταδίων ο οποίος περιέχει έναν ανιχνευτή ίχνους (τροχιάς) και έναν ανιχνευτή ToF.

Το Σχήμα 3 απεικονίζει τις τομές της πειραματικής διάταξης σε επίπεδο κάθετο και παράλληλο προς τη δέσμη πρωτονίων.

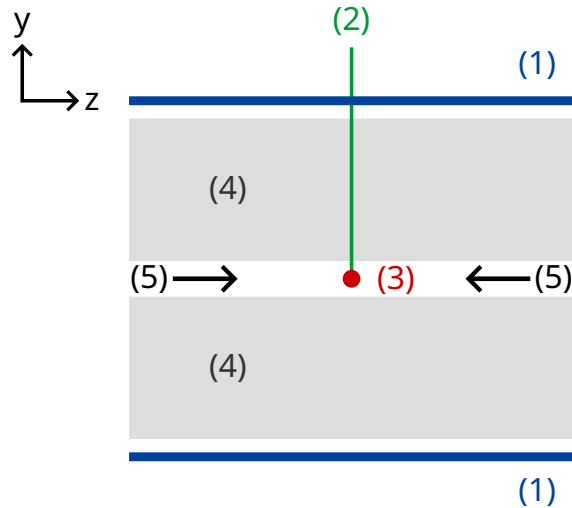
Οι δύο ανιχνευτές είναι σωλήνες που περιβάλλουν την περιοχή αλληλεπίδρασης με τη δέσμη να διέρχεται από το μέσο των σωλήνων.

Ο ανιχνευτής ίχνους καταγράφει την τροχιά ενός φορτισμένου σωματιδίου που περνά μέσα από ένα μαγνητικό πεδίο το οποίο έχει κατεύθυνση παράλληλη προς την κίνηση της δέσμης σωματιδίων. Η ακτίνα r της τροχιάς επιτρέπει τον υπολογισμό της εγκάρσιας συνιστώσας της ορμής p_T ενός σωματιδίου. Αφού ο χρόνος σύγκρουσης είναι γνωστός, ο ανιχνευτής ToF χρειάζεται μόνο ένα σωλήνα για να μετρήσει τον χρόνο πτήσης. Ο χρόνος πτήσης αντιστοιχεί στο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το φορτισμένο σωματίδιο για να κινηθεί από το σημείο της σύγκρουσης μέχρι τον σωλήνα του ανιχνευτή ToF, ο οποίος είναι τοποθετημένος ακριβώς μετά τον θάλαμο αποτύπωσης ίχνους.

Για το πρόβλημα που ακολουθεί να υποθέσετε ότι τα σωματίδια που παράγονται από τη σύγκρουση, κινούνται κάθετα στις δέσμες πρωτονίων. Αυτό σημαίνει ότι τα σωματίδια που παράγονται δεν έχουν συνιστώσα ορμής παράλληλη με τη δέσμη πρωτονίων.



Εγκάρσιο επίπεδο



Τομή της διαμήκουσ
όψης κατά μήκος
της τροχιάς της δέσμης

- (1) - Σωλήνας ToF
- (2) - Ίχνος (Τροχιά)
- (3) - Σημείο κρούσης
- (4) - Σωλήνας αποτύπωσης ίχνους
- (5) Δέσμες πρωτονίων
- ⊗ Μαγνητικό πεδίο

Σχήμα 3 : Πειραματική διάταξη για ταυτοποίηση σωματιδίων με ένα θάλαμο αποτύπωσης ίχνους και ένα ανιχνευτή ToF. Οι δύο ανιχνευτές είναι σωλήνες που περιβάλλουν το σημείο κρούσης που βρίσκεται στο κέντρο.

Αριστερά: Εγκάρσια όψη, κάθετη στην τροχιά της δέσμης.

Δεξιά: Διαμήκης όψη παράλληλη στην τροχιά της δέσμης.

Το σωματίδιο κινείται παράλληλα προς τη τροχιά της δέσμης.

B.3 Να εκφράσετε τη μάζα του σωματιδίου ως συνάρτηση των πιο κάτω: της έντασης του μαγνητικού πεδίου B , της ακτίνας R του σωλήνα του ανιχνευτή ToF, θεμελιωδών σταθερών και μετρούμενων ποσοτήτων όπως η ακτίνα r της τροχιάς και του χρόνου πτήσης t . 1.7pt

Έχουμε ανιχνεύσει τέσσερα σωματίδια και θέλουμε να τα ταυτοποιήσουμε. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στον ανιχνευτή ίχνους ήταν $B = 0.500$ T. Η ακτίνα R του σωλήνα ToF ήταν 3.70 m. Πιο κάτω φαίνονται οι μετρήσεις ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$):

Σωματίδιο	Ακτίνα της τροχιάς r [m]	Χρόνος πτήσης t [ns]
A	5.10	20
B	2.94	14
Γ	6.06	18
Δ	2.31	25

B.4 Να ταυτοποιήσετε τα τέσσερα σωματίδια υπολογίζοντας τη μάζα του κάθε ενός. 0.8pt