

Velký hadronový urychlovač (10 bodů)

Než se do toho pustíte, přečtěte si prosím obecné pokyny v oddělené obálce.

V této úloze se budeme bavit o fyzice částicového urychlovače LHC (Large Hadron Collider - Velký hadronový urychlovač) v CERNu. CERN je největší světovou laboratoří částicové fyziky. Jejím posláním je nahlédnout do tajů základních přírodních zákonů. Dvěma paprskům částic je udělena vysoká energie, jsou udržovány v prstenci urychlovače silným magnetickým polem a poté dojde k jejich srážce. Protony nejsou rozloženy rovnoměrně po obvodu urychlovače, ale jsou sdruženy do tzv. svazků. Částice vzniklé při srážce jsou pozorovány velkými detektory. Některé parametry LHC můžete najít v tabulce 1.

Prstenec LHC	
Obvod prstence	26659 m
Počet svazků v jednom protonovém paprsku	2808
Počet protonů v jednom svazku	$1,15 \cdot 10^{11}$
Paprsky protonů	
Energie protonů	7,00 TeV
Energie srážky v těžišťové soustavě	14,0 TeV

Tabulka 1: Typické číselné hodnoty důležitých parametrů LHC

V částicové fyzice se používají vhodnější jednotky energie, hybnosti a hmotnosti: Energie se měří v elektronvoltech [eV]. Z definice platí, že 1 eV je množství energie, které získá částice o elementárním náboji e , je-li urychlena potenciálovým rozdílem jednoho voltu ($1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$).

Hybnost se měří v jednotkách eV/c a hmotnost v jednotkách eV/c^2 , kde c je rychlost světla ve vakuu. Jelikož 1 eV je velmi malé množství energie, užívají se v částicové fyzice často jednotky násobné: MeV ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$), GeV ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$) nebo TeV ($1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$).

Část A se týká urychlování protonů a elektronů. Část B se zabývá rozpoznáváním částic vytvořených při srážkách v CERNu.

Část A. Urychlovač LHC (6 bodů)

Urychlování:

Předpokládejte, že protony byly urychleny napětím V tak, že jejich rychlost je velice blízká rychlosti světla a zanedbejte všechny energetické ztráty způsobené vyzařováním nebo srážkami s jinými částicemi.

A.1	Najděte přesný výraz pro výslednou rychlost protonů v jako funkci urychlovacího napětí V a fyzikálních konstant.	0.7pt
------------	--	-------

Návrh budoucích experimentů v CERNu počítá s tím, že nechá srážet protony z LHC s elektrony mající energii 60,0 GeV.

- A.2** Částice s vysokou energií a nízkou hmotností mají malou relativní odchylku $\Delta = (c - v)/c$ výsledné rychlosti v od rychlosti světla ve vakuu. Nalezněte aproximaci prvního řádu Δ a spočítejte Δ pro elektrony o energii 60,0 GeV pomocí urychlovacího napětí a fyzikálních konstant. 0.8pt

Vraťme se nyní k protonům v LHC. Předpokládejte, že trubice, ve které je paprsek, má průřez tvaru kruhu.

- A.3** Odvoďte vztah pro velikost magnetické indukce B homogenního magnetického pole nutného pro udržení paprsku protonů po kruhové dráze. Vztah by měl obsahovat pouze energii protonů E , obvod L , základní konstanty a čísla. Můžete použít vhodné aproximace, pokud je jejich efekt na výsledek menší, než přesnost daná počtem platných číslic. Spočítejte velikost magnetické indukce B pro protony o energii $E = 7,00$ TeV, zanedbejte interakce mezi protony. 1.0pt

Vyzářený výkon:

Urychlená nabitá částice vyzařuje energii ve formě elektromagnetických vln. Vyzářený výkon P_{rad} nabitě částice, která krouží neměnnou úhlovou rychlostí závisí pouze na jejím zrychlení a , náboji q , rychlosti světla c a na permitivitě vakua ε_0 .

- A.4** Rozměrovou analýzou nalezněte vztah pro vyzářený výkon P_{rad} . 1.0pt

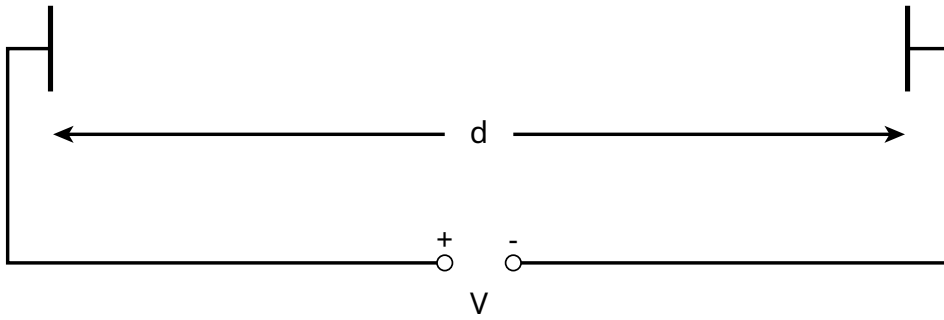
Skutečný vztah pro vyzářený výkon obsahuje faktor $1/(6\pi)$; relativistické odvození navíc ještě přidá multiplikativní faktor γ^4 , kde $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$.

- A.5** Spočítejte celkový vyzářený výkon P_{tot} protony v LHC o energii $E = 7,00$ TeV (viz tabulka 1). Můžete použít vhodné aproximace. 1.0pt

Lineární urychlení:

V CERNu jsou protony z klidu urychlovány lineárním urychlovačem délky $d = 30,0$ m napětím $V = 500$ MV. Předpokládejte, že elektrické pole je homogenní. Lineární urychlovač sestává ze dvou desek jak je ukázáno na obr. 1.

- A.6** Určete čas T , který stráví protony v urychlovači, než jím projdou. 1.5pt



Obrázek 1: Náčrtek urychlovacího prvku.

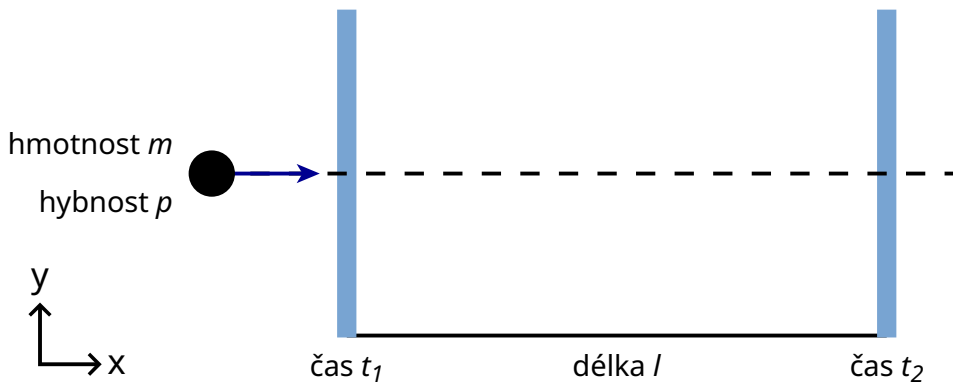
Část B. Určování částic (4 body)

Doba letu:

Je důležité určit vysoce energetické částice, které vznikají při srážce, aby bylo možné vysvětlit proces srážky. Jednoduchá metoda je měřit čas (t), který částice se známou hybností potřebuje k uražení vzdálenosti l v tzv. detektoru doby letu (Time-of-Flight, ToF). Typické částice určované v detektoru společně s jejich hmotnostmi jsou v tabulce 2.

Částice	Hmotnost [MeV/c ²]
Deuteron	1876
Proton	938
Nabitý kaon	494
Nabitý pion	140
Elektron	0,511

Tabulka 2: Částice a jejich hmotnosti

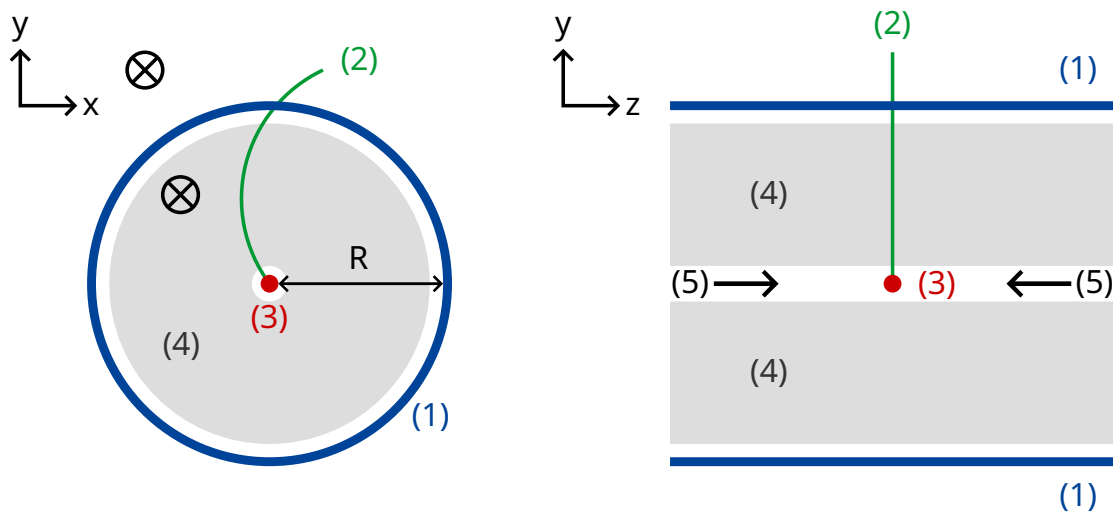


Obrázek 2: Schematický náčrt detektoru doby letu.

- B.1** Vyjádřete hmotnost částice m jako funkci hybnosti p , délky letu l a doby letu t za předpokladu, že částice mají elementární náboj e a pohybují se rychlostí blízko c po přímých trajektoriích v ToF detektoru a pohybují se kolmo na obě detekční roviny (viz obr. 2). 0.8pt

B.2 Vypočtete minimální délku l ToF detektoru, aby umožňoval bezpečně rozlišit nabitý kaon od nabitého pionu, je-li hybnost obou částic $1,00 \text{ GeV}/c$. Pro dobré rozlišení požadujeme, aby rozdíl v době letu byl větší než trojnásobek časového rozlišení detektoru. Typické rozlišení ToF detektoru je 150 ps ($1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$). 0.7pt

Uvažujeme v dalším textu, že částice vzniklé v LHC detektoru jsou určovány ve dvojstupňovém detektoru sestávajícím z trasovacího detektoru a ToF detektoru. Obr. 3 představuje složení detektoru v rovině příčné a v rovině podél protonového paprsku. Oba detektory mají tvar trubic obklopujících oblast srážek tak, že paprsek prochází středem těchto trubic. Trasovací detektor měří trajektorii nabitě částice procházející magnetickým polem, jehož směr je rovnoběžný se směrem protonového paprsku. Poloměr r této trajektorie umožňuje určit příčnou složku hybnosti p_T částice. Jelikož je znám okamžik srážky, ToF detektor potřebuje jen jednu trubicu, aby mohl měřit dobu letu měřenou od okamžiku srážky k ToF trubici. Taková ToF trubice je umístěna kolem trasovací komory. Pro řešení této úlohy můžete předpokládat, že se všechny částice vzniklé při srážce pohybují kolmo k protonovému paprsku, tedy vzniklé částice mají nulovou složku hybnosti ve směru původního protonového paprsku.



příčná rovina

průřez

podélný (longitudinální) pohled do středu
podél středu (osy) trubice

- (1) - ToF válec
- (2) - trajektorie
- (3) - bod srážky
- (4) - trasovací trubice
- (5) - protonový svazek
- ⊗ - magnetické pole

Obrázek 3 : Experimentální složení pro určování částic obsahující trasovací komoru a ToF detektor. Oba detektory mají tvar trubic obklopující bod srážky uprostřed. Vlevo : pohled kolmý na paprsek. Vpravo : podélný pohled rovnoběžný s paprskem. Vzniklá částice se pohybuje kolmo na paprsek.

B.3 Vyjádřete hmotnost částice jako funkci magnetické indukce B , poloměru R ToF trubice, fundamentálních konstant a naměřených veličin: poloměru r trajektorie a doby letu t . 1.7pt

Detekovali jsme čtyři různé částice a potřebujeme je určit. Magnetická indukce v trasovacím detektoru je $B = 0.500$ T. Poloměr R ToF trubice je 3.70 m. Následující tabulka obsahuje výsledky měření ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$):

Částice	Poloměr trajektorie r [m]	Doba letu t [ns]
A	5,10	20
B	2,94	14
C	6,06	18
D	2,31	25

B.4 Určete uvedené čtyři částice výpočtem jejich hmotností. 0.8pt