

## Large Hadron Collider (10 Punkte)

Lies die allgemeinen Hinweise im separaten Umschlag bevor Du mit der Aufgabe beginnst.

Thema dieser Aufgabe ist der Teilchenbeschleuniger LHC (Large Hadron Collider) am CERN. Das CERN ist das weltweit grösste Teilchenforschungszentrum. Das Hauptziel dieser Forschungseinrichtung ist, Einblicke in die fundamentalen Naturgesetze zu erhalten. Zwei Teilchenstrahlen werden auf hohe Energien beschleunigt, mit starken Magnetfelder durch die ringförmigen Röhren des Beschleunigers gelenkt und zur Kollision gebracht. Die Protonen sind nicht gleichmäßig in dem Ring verteilt, sondern treten in so genannten *bunches* (engl. für Bündel) auf. Neue Teilchen entstehen, die dann mit Hilfe der Detektoren vermessen werden. Einige Daten zum LHC sind in Tabelle 1 aufgeführt.

<b>LHC-Ring</b>	
Umfang des LHC-Rings	26659 m
Anzahl der Teilchenbündel ( <i>bunches</i> ) pro Protonenstrahl	2808
Anzahl der Protonen pro Teilchenbündel	$1,15 \times 10^{11}$
<b>Protonenstrahlen</b>	
Protonenenergie	7,00 TeV
Schwerpunktenergie	14,0 TeV

Tabelle 1: Typische Werte relevanter LHC-Parameter.

Teilchenphysiker nutzen Einheiten für Energien, Impulse und Massen, die für die auftretenden Berechnungen besonders geeignet sind: Energie wird in Elektronenvolt [eV] angegeben. 1 eV ist per Definition die Energie, die ein Teilchen mit elementarer Ladung  $e$  bei Durchquerung eines Potentialunterschieds von einem Volt erhält ( $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$ ).

Der Impuls wird in Einheiten von  $\text{eV}/c$  und die Masse in  $\text{eV}/c^2$  angeben, wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Da 1 eV eine recht kleine Energieeinheit ist, benutzen Teilchenphysiker häufig MeV ( $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$ ), GeV ( $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$ ) oder TeV ( $1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$ ).

Aufgabenteil A befasst sich mit der Beschleunigung von Protonen oder Elektronen. Aufgabenteil B beschäftigt sich mit der Identifikation der Teilchen, die in den Kollisionen am CERN entstehen.

### Aufgabenteil A. Der LHC-Beschleuniger (6 Punkte)

#### Beschleunigung:

Nimm an, dass die Protonen durch eine Spannung  $U$  beschleunigt werden, sodass ihre Geschwindigkeit nahe der Lichtgeschwindigkeit ist. Vernachlässige Energieverluste durch Abstrahlung oder Kollisionen mit anderen Teilchen.

- A.1** Bestimme einen exakten Ausdruck für die Geschwindigkeit  $v$  der Protonen nach der Beschleunigung als Funktion der Beschleunigungsspannung  $U$  und von Naturkonstanten. 0.7pt

Ein Entwurf für ein zukünftiges Experiment am CERN sieht vor, die Protonen vom LHC zu verwenden und diese mit Elektronen einer Energie von 60,0 GeV kollidieren zu lassen.

- A.2** Für hochenergetische Teilchen mit geringer Ruhemasse weicht die Endgeschwindigkeit  $v$  nur leicht von der Lichtgeschwindigkeit ab. Die Abweichung ist gegeben durch  $\Delta = (c-v)/c$ . Gib eine geeignete Näherung erster Ordnung für  $\Delta$  unter Benutzung der Beschleunigungsspannung  $U$  und physikalischer Konstanten an. Berechne damit  $\Delta$  für Elektronen einer Energie von 60,0 GeV. 0.8pt

Betrachte nun wieder die Protonen im LHC. Nimm an, dass die Strahlröhre kreisförmig ist.

- A.3** Leite einen Ausdruck für die (homogene) magnetische Flussdichte  $B$  her, die notwendig ist, um die Protonen auf der kreisförmigen Bahn zu halten. Der Ausdruck sollte nur die Energie  $E$  der Protonen, den Kreisumfang  $L$ , andere fundamentale Konstanten sowie Zahlen beinhalten. Geeignete Näherungen können gemacht werden, solange diese das Ergebnis zu der Genauigkeit der gegebenen Werte nicht ändern. 1.0pt  
Berechne die magnetische Flussdichte  $B$  für ein Proton mit der Energie  $E = 7,00$  TeV. Vernachlässige dabei die Wechselwirkung der Protonen untereinander.

### Abgestrahlte Leistung:

Ein beschleunigtes, geladenes Teilchen strahlt Energie in Form von elektromagnetischen Wellen ab. Die abgestrahlte Leistung  $P_{\text{rad}}$  eines geladenen Teilchen, das mit konstanter Winkelgeschwindigkeit kreist, hängt alleine von dessen Beschleunigung  $a$ , dessen Ladung  $q$ , der Lichtgeschwindigkeit  $c$  sowie der elektrischen Feldkonstanten  $\varepsilon_0$  ab.

- A.4** Führe eine Dimensionsanalyse durch, um einen Ausdruck für die abgestrahlte Leistung  $P_{\text{rad}}$  zu erhalten. 1.0pt

Die korrekte Formel für die abgestrahlte Leistung beinhaltet einen Faktor  $1/(6\pi)$ ; darüber hinaus ergibt eine relativistische Herleitung einen weiteren multiplikativen Faktor  $\gamma^4$ , mit  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$ .

- A.5** Berechne die insgesamt vom LHC abgestrahlte Leistung  $P_{\text{tot}}$  für Protonen der Energie  $E = 7,00$  TeV (siehe Tabelle 1). Du kannst dafür geeignete Näherungen verwenden. 1.0pt

### Linearbeschleuniger:

Am CERN werden ruhende Protonen durch einen linearen Beschleuniger der Länge  $d = 30,0$  m durch ein Potentialunterschied von  $V = 500$  MV beschleunigt. Nimm an, dass das elektrische Feld homogen ist und der Linearbeschleuniger aus zwei Platten, wie in in Abb. 1 gezeigt, besteht.

- A.6** Bestimme die Zeit  $T$ , die die Protonen benötigen, um das Feld zu passieren. 1.5pt

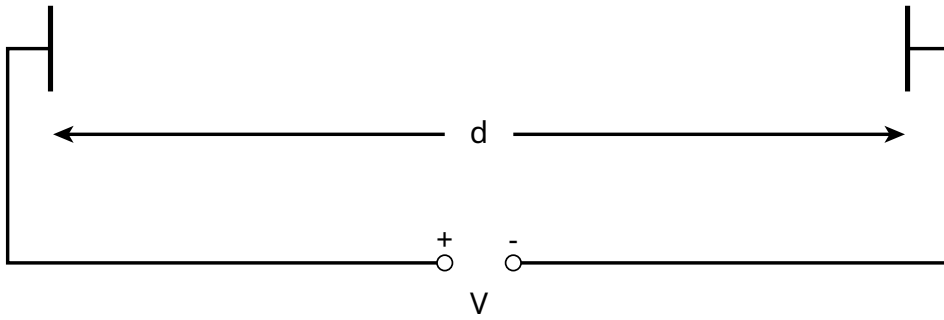


Abbildung 1: Skizze des Linearbeschleunigermoduls.

## Aufgabenteil B. Teilchenidentifikation (4 Punkte)

### Flugzeit:

Um die auftretenden Wechselwirkungen interpretieren zu können, ist es wichtig, die hochenergetischen Teilchen, die bei der Kollision entstehen, zu identifizieren. Eine einfache Methode hierfür ist die Messung der Zeit  $t$ , die ein Teilchen mit bekanntem Impuls benötigt, um eine Strecke der Länge  $l$  in einem sogenannten Flugzeit-Detektor (ToF, engl. *Time-of-Flight detector*) zurückzulegen. Tabelle 2 zeigt einige Teilchen mit ihren Massen, die typischerweise in dem Detektor identifiziert werden.

Teilchen	Masse [MeV/c <sup>2</sup> ]
Deuteron	1876
Proton	938
geladenes Kaon	494
geladenes Pion	140
Elektron	0,511

Tabelle 2: Teilchen und ihre Massen.

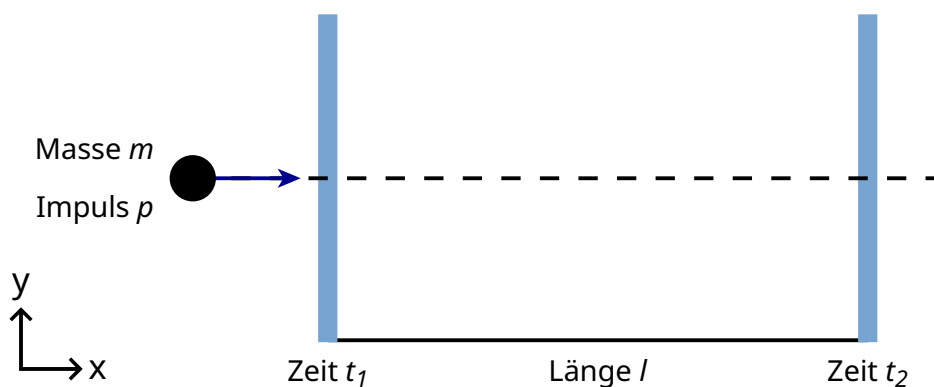
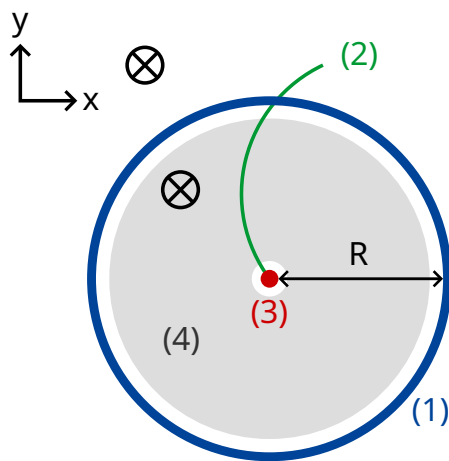


Abbildung 2: Schematische Ansicht eines Flugzeit-Detektors.

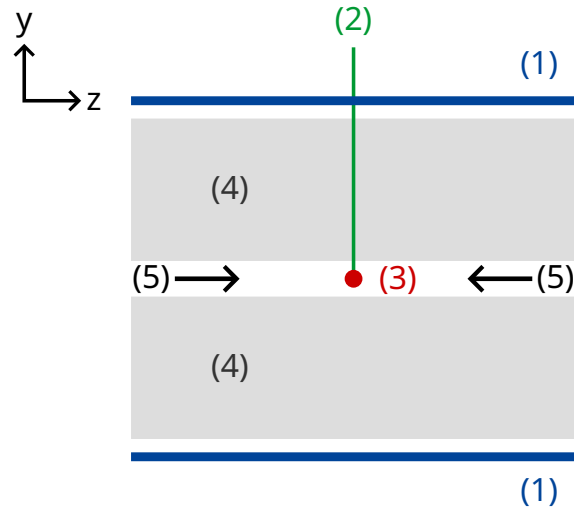
- B.1** Drücke die Ruhemasse  $m$  eines Teilchens durch seinen Impuls  $p$ , die Flugstrecke  $l$  und die Flugzeit  $t$  aus. Nimm dabei an, dass Teilchen mit elementarer Ladung  $e$  geradlinig den ToF-Detektor mit einer Geschwindigkeit nahe der Lichtgeschwindigkeit passieren und sich senkrecht zu den zwei Detektorplatten bewegen (vgl. Abb. 2). 0.8pt

- B.2** Berechne die minimale Länge  $l$ , die ein ToF-Detektor besitzen muss, um ein geladenes Kaon sicher von einem geladenen Pion unterscheiden zu können, wenn die Impulse beider Teilchen  $1,00 \text{ GeV}/c$  betragen. Um eine gute Unterscheidung zu ermöglichen, sollte der Unterschied der Flugzeiten größer als das Dreifache der Zeitauflösung des Detektors sein. Die typische Zeitauflösung eines ToF-Detektors beträgt  $150 \text{ ps}$  ( $1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$ ). 0.7pt

Im Folgenden wird eine zweistufige Identifikation von Teilchen, die in einem typischen LHC Detektor entstehen, betrachtet: Mit einem Spurendetektor und einem Flugzeit-Detektor (ToF). Abb. 3 zeigt den dazugehörigen Aufbau in den Ebenen entlang und senkrecht zu dem Protonenstrahl. Beide Detektoren bilden dabei Röhren, die den Kollisionspunkt umgeben und durch deren Mitte der Strahl verläuft. Der Spurendetektor zeichnet die Spur der geladenen Teilchen, die ein parallel zum Teilchenstrahl ausgerichtetes Magnetfeld passieren, auf. Der Radius  $r$  einer Spur ermöglicht die Bestimmung des transversen Impulses  $p_T$  des Teilchens. Da der Kollisionszeitpunkt bekannt ist, benötigt der ToF-Detektor nur eine Röhre zur Bestimmung der Flugzeit. Diese ToF-Röhre befindet sich direkt außerhalb der Spurenkammer. Für diese Aufgabe sollst Du annehmen, dass sich alle durch die Kollision entstandenen Teilchen senkrecht zur Richtung des ursprünglichen Protonenstrahls bewegen und damit keinen Impuls entlang der Strahlrichtung besitzen.



Senkrecht zur Strahlröhre



Querschnittsansicht entlang  
der Strahlröhre  
im Zentrum der Strahlröhre

- (1) - ToF Rohr
- (2) - Teilchenbahn
- (3) - Kollisionspunkt
- (4) - Spurendetektor
- (5) - Protonenstrahl
- ⊗ - Magnetfeld

Abbildung 3 : Experimenteller Aufbau zur Teilchenidentifikation mit einer Spurenkammer und einem ToF-Detektor. Beide Detektoren bilden Röhren, die den Kollisionspunkt in der Mitte umgeben. Links : Ansicht senkrecht zur Strahlröhre, rechts: longitudinale Sicht in Strahlröhrenebene. Die Teilchenbahn verläuft senkrecht zur Strahlröhre.

**B.3** Drücke die Teilchenmasse als Funktion der magnetischen Flussdichte  $B$ , dem Radius  $R$  der ToF-Röhre, Naturkonstanten und den gemessenen Größen, also dem Radius  $r$  der Spur und der Flugzeit  $t$ , aus. 1.7pt

Wir haben vier Teilchen detektiert, die nun identifiziert werden sollen. Die magnetische Flussdichte in dem Spurendetektor betrug  $B = 0,500 \text{ T}$ , der Radius  $R$  der ToF-Röhre  $3,70 \text{ m}$ . Folgende Werte wurden gemessen ( $1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$ ):

Teilchen	Radius $r$ [m]	Flugzeit $t$ [ns]
A	5,10	20
B	2,94	14
C	6,06	18
D	2,31	25

**B.4** Bestimme die Massen der vier Teilchen und identifiziere anschließend die entsprechenden Teilchenarten. 0.8pt