

Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων (LHC) (10 Μονάδες)

Παρακαλείστε να διαβάσετε τις Γενικές Οδηγίες στον ξεχωριστό φάκελο πριν ξεκινήσετε το πρόβλημα αυτό.

Σε αυτό το πρόβλημα θα ασχοληθείτε με τη Φυσική που κρύβεται πίσω από τη λειτουργία του επιταχυντή σωματιδίων LHC (Large Hadron Collider - Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων) που βρίσκεται στο CERN. Το CERN είναι το μεγαλύτερο παγκόσμιο ερευνητικό κέντρο σωματιδίων. Στόχος του είναι η κατανόηση των θεμελιωδών φυσικών νόμων. Δύο δέσμες σωματιδίων επιταχύνονται ώστε να αποκτήσουν μεγάλη ενέργεια, καθοδηγούμενες κατά μήκος του δακτυλίου επιτάχυνσης από ένα ισχυρό μαγνητικό πεδίο και τελικά συγκρούονται μεταξύ τους. Τα πρωτόνια δεν κατανομούνται ομοιόμορφα στην περιφέρεια του ανιχνευτή, αλλά συγκεντρώνονται στα αποκαλούμενα πακέτα. Τα σωματίδια που δημιουργούνται λόγω των συγκρούσεων παρατηρούνται με μεγάλους ανιχνευτές. Κάποια στοιχεία που αφορούν τον LHC δίνονται στον πίνακα 1.

| Δακτύλιος LHC | |
|---|-----------------------|
| Περιφέρεια δακτυλίου | 26659 m |
| Αριθμός πακέτων πρωτονίων ανά δέσμη | 2808 |
| Αριθμός πρωτονίων ανά πακέτο | 1.15×10^{11} |
| Δέσμες πρωτονίων | |
| Ενέργεια πρωτονίων | 7.00 TeV |
| Ενέργεια σύγκρουσης στο σύστημα Κέντρου Μάζας | 14.0 TeV |

Πίνακας 1: Τυπικές αριθμητικές τιμές των παραμέτρων του LHC.

Οι επιστήμονες που ασχολούνται με τη Σωματιδιακή Φυσική χρησιμοποιούν βολικές μονάδες για την ενέργεια, την ορμή και τη μάζα: Η ενέργεια μετριέται σε ηλεκτρονιοβόλτ [eV]. Εξ ορισμού, 1 eV είναι η ενέργεια που αποκτά ένα σωματίδιο με φορτίο ίσο με το κβάντο φορτίου e , που κινείται ανάμεσα σε δύο σημεία με διαφορά δυναμικού ένα Volt ($1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2\text{s}^{-2}$).

Η μονάδα μέτρησης της ορμής είναι eV/c και της μάζας eV/c^2 , όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Καθώς το 1 eV είναι μια πολύ μικρή ποσότητα ενέργειας οι επιστήμονες Σωματιδιακής Φυσικής πολύ συχνά χρησιμοποιούν τα MeV ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$), GeV ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$) ή TeV ($1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$).

Το Μέρος Α αναφέρεται στην επιτάχυνση πρωτονίων ή ηλεκτρονίων. Το Μέρος Β ασχολείται με την ταυτοποίηση των σωματιδίων που δημιουργούνται λόγω των συγκρούσεων στο CERN.

Μέρος Α. Επιταχυντής LHC (6 Μονάδες)

Επιτάχυνση:

Να υποθέσετε ότι τα πρωτόνια έχουν επιταχυνθεί με τόση διαφορά δυναμικού V ώστε η ταχύτητα που έχουν αποκτήσει να είναι πολύ κοντά στην ταχύτητα του φωτός. Αγνοήστε την απώλεια ενέργειας που υπάρχει λόγω της ακτινοβολίας ή λόγω των συγκρούσεων τους με άλλα σωματίδια.

- | | | |
|------------|---|-------|
| A.1 | Να βρείτε την ακριβή έκφραση της τελικής ταχύτητας v των πρωτονίων σε συνάρτηση με τη διαφορά δυναμικού V που τα επιταχύνει, καθώς και με φυσικές σταθερές. | 0.7pt |
|------------|---|-------|

Στο σχεδιασμό ενός μελλοντικού πειράματος στο CERN προβλέπεται η χρήση πρωτονίων από τον επιταχυντή LHC τα οποία θα συγκρουστούν με ηλεκτρόνια ενέργειας 60.0 GeV.

- A.2** Για σωματίδια με μεγάλη ενέργεια και μικρή μάζα ο συντελεστής σχετικής απόκλισης $\Delta = (c-v)/c$ της τελικής ταχύτητας v από την ταχύτητα του φωτός είναι πολύ μικρός. Βρείτε μια πρώτης τάξης (πρωτοβάθμια) προσεγγιστική έκφραση του Δ και υπολογίστε την τιμή του για ηλεκτρόνια ενέργειας 60.0 GeV, χρησιμοποιώντας την επιταχύνουσα διαφορά δυναμικού V και φυσικές σταθερές. 0.8pt

Ας επανέλθουμε στα πρωτόνια του LHC. Υποθέστε ότι ο σωλήνας της δέσμης πρωτονίων έχει κυκλικό σχήμα.

- A.3** Να εξάγετε μια σχέση για την ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου B που απαιτείται για να παραμείνει η δέσμη πρωτονίων σε κυκλική τροχιά. Η σχέση που θα εξάγετε θα πρέπει να περιλαμβάνει μόνο: την ενέργεια E των πρωτονίων, την περιφέρεια L , θεμελιώδεις σταθερές και αριθμούς. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κατάλληλες προσεγγίσεις εφόσον δεν επηρεάζεται η ακρίβεια που καθορίζεται από τον ελάχιστο αριθμό σημαντικών ψηφίων. Υπολογίστε την τιμή του B για ένα πρωτόνιο ενέργειας $E = 7.00$ TeV, αμελώντας τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των πρωτονίων. 1.0pt

Ισχύς εκπεμπόμενης ακτινοβολίας:

Ένα επιταχυνόμενο φορτισμένο σωματίδιο εκπέμπει ενέργεια υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Για ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται σε κυκλική τροχιά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα η ισχύς της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας P_{rad} του εξαρτάται μόνο από την επιτάχυνση του a , το φορτίο του q , την ταχύτητα του φωτός c και τη διηλεκτρική σταθερά του κενού ϵ_0 .

- A.4** Χρησιμοποιώντας διαστατική ανάλυση να βρείτε μια έκφραση της ισχύος της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας P_{rad} . 1.0pt

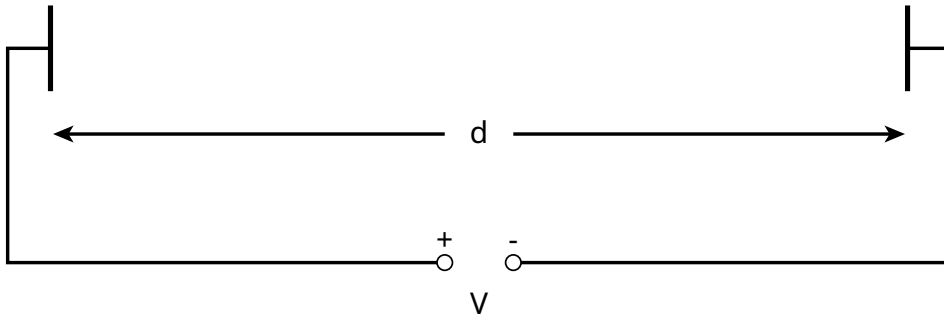
Η πραγματική σχέση για την ισχύ της ακτινοβολούμενης ισχύος περιέχει έναν παράγοντα $1/(6\pi)$, ενώ μια ολοκληρωμένη σχετικιστική εξαγωγή της σχέσης περιέχει ακόμα ένα πρόσθετο πολλαπλασιαστικό παράγοντα γ^4 , όπου $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$.

- A.5** Υπολογίστε τη συνολική εκπεμπόμενη ισχύ P_{tot} του LHC για ενέργεια πρωτονίου $E = 7.00$ TeV (Λάβετε υπόψη σας τον Πίνακα 1). Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κατάλληλες προσεγγίσεις. 1.0pt

Γραμμική επιτάχυνση:

Στον LHC, πρωτόνια που βρίσκονται σε ηρεμία επιταχύνονται από ένα ευθύγραμμο επιταχυντή μήκους $d = 30.0$ m στον οποίο εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού $V = 500$ MV. Υποθέστε ότι το ηλεκτρικό πεδίο είναι ομογενές. Ένας ευθύγραμμος επιταχυντής αποτελείται από δύο πλάκες όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.

- A.6** Να υπολογίσετε το χρόνο T που χρειάζονται τα πρωτόνια για να διασχίσουν το εν λόγω ηλεκτρικό πεδίο. 1.5pt



Εικόνα 1: Σχηματική αναπαράσταση ενός τμήματος του επιταχυντή.

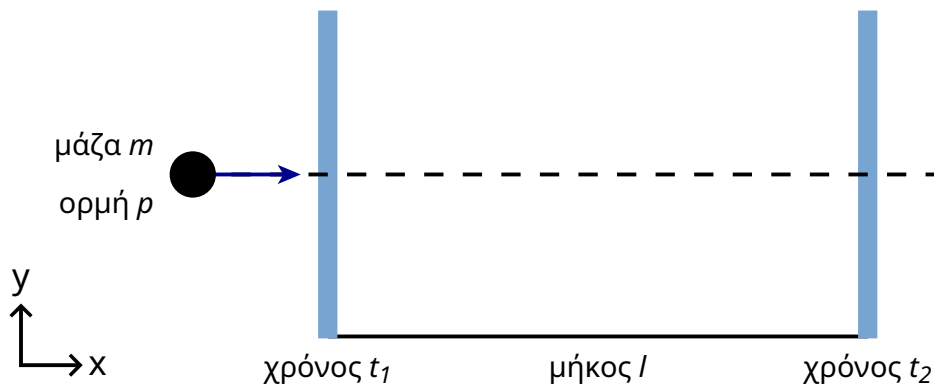
Μέρος Β. Ταυτοποίηση Σωματιδίων (4 Μονάδες)

Χρόνος Πτήσης:

Για την ερμηνεία της διαδικασίας αλληλεπίδρασης, είναι σημαντικό να ταυτοποιηθούν τα σωματίδια υψηλής ενέργειας που δημιουργούνται κατά τη σύγκρουση. Μια απλή μέθοδος συνίσταται στη μέτρηση του χρόνου (t) που χρειάζεται ένα σωματίδιο γνωστής ορμής για να διανύσει απόσταση l στον αποκαλούμενο Ανιχνευτή Χρόνου Πτήσης (Time-of-Flight - ToF). Στον πίνακα 2 αναγράφονται τα ονόματα σωματιδίων που έχουν ταυτοποιηθεί καθώς και οι μάζες τους.

| Σωματίδιο | Μάζα [MeV/c ²] |
|--|----------------------------|
| Δευτέριο | 1876 |
| Πρωτόνιο | 938 |
| Φορτισμένο σωματίδιο Κ ή Καόνιο (Kaon) | 494 |
| Φορτισμένο σωματίδιο Π ή Πιόνιο (Pion) | 140 |
| Ηλεκτρόνιο | 0.511 |

Πίνακας 2: Σωματίδια και οι μάζες τους.

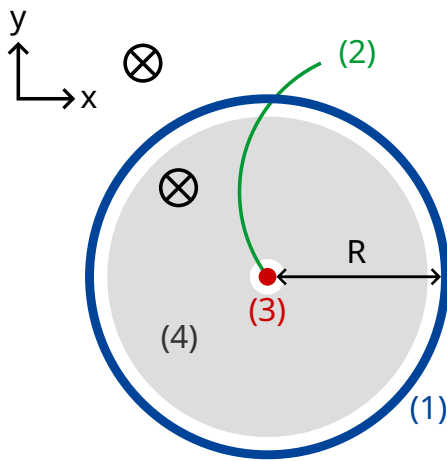


Εικόνα 2: Σχηματική αναπαράσταση ενός ανιχνευτή Χρόνου Πτήσης.

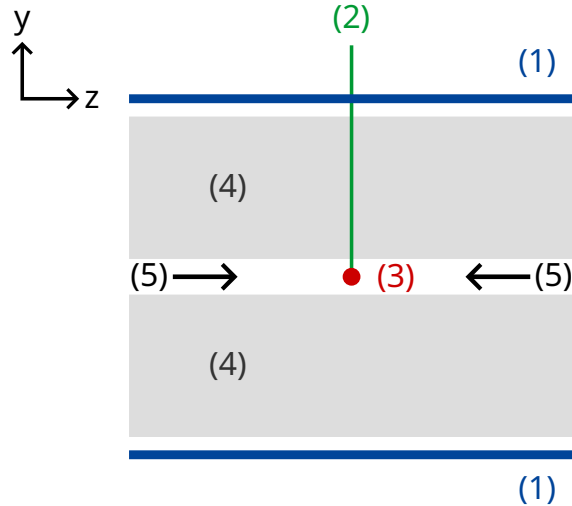
- B.1** Να εκφράσετε τη μάζα m του σωματιδίου σαν συνάρτηση της ορμής p , του μήκους πτήσης l και του χρόνου πτήσης t . Να υποθέσετε ότι τα σωματίδια φέρουν το κβάντο φορτίου e και κινούνται με ταχύτητα κοντά στο c σε ευθύγραμμες τροχιές μέσα στον ανιχνευτή ToF καθώς και ότι κινούνται κάθετα στα δύο επίπεδα ανίχνευσης. (βλ. Εικ. 2). 0.8pt

- B.2** Να υπολογίσετε το ελάχιστο μήκος l ενός ανιχνευτή ToF ο οποίος επιτρέπει τη σαφή διάκριση ενός φορτισμένου καονίου από ένα φορτισμένο πιόνιο, με δεδομένο ότι η ορμή καθενός από αυτά έχει βρεθεί ίση προς $1.00 \text{ GeV}/c$. Για ικανοποιητικό διαχωρισμό των σωματιδίων πρέπει η διαφορά των χρόνων πτήσης τους να ξεπερνά το τριπλάσιο της διαχωριστικής ικανότητας χρόνου του ανιχνευτή. Τυπική τιμή της διαχωριστικής ικανότητας του ανιχνευτή ToF είναι 150 ps ($1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$). 0.7pt

Στα ακόλουθα, σωματίδια που παράγονται σε ένα τυπικό ανιχνευτή LHC ταυτοποιούνται σε ένα ανιχνευτή δύο σταδίων, ο οποίος περιέχει έναν ανιχνευτή ίχνους (τροχιάς) και έναν ανιχνευτή ToF. Η Εικ. 3 απεικονίζει τις τομές της πειραματικής διάταξης σε επίπεδο κάθετο και παράλληλο προς τη δέσμη πρωτονίων. Και οι δύο ανιχνευτές είναι σωλήνες οι οποίοι περιβάλλουν την περιοχή αλληλεπίδρασης με τη δέσμη να διέρχεται από το μέσο των σωλήνων. Ο ανιχνευτής ίχνους καταγράφει την τροχιά ενός φορτισμένου σωματιδίου, που διέρχεται από ένα μαγνητικό πεδίο η διεύθυνση της έντασης του οποίου είναι παράλληλη προς την κίνηση των δέσμών πρωτονίων. Η ακτίνα r της τροχιάς επιτρέπει τον υπολογισμό της εγκάρσιας συνιστώσας ορμής p_T του σωματιδίου. Αφού ο χρόνος σύγκρουσης είναι γνωστός, ο ανιχνευτής ToF χρειάζεται μόνο ένα σωλήνα για να μετρήσει τον χρόνο πτήσης, που μετράται από το σημείο σύγκρουσης μέχρι το σωλήνα ToF. Ο σωλήνας αυτός είναι τοποθετημένος στην έξοδο του θαλάμου αποτύπωσης ίχνους. Για το ερώτημα αυτό υποθέστε ότι όλα τα σωματίδια που παράγονται από τη σύγκρουση, κινούνται κάθετα στις δέσμες πρωτονίων. Αυτό σημαίνει ότι τα σωματίδια που παράγονται δεν έχουν συνιστώσα ορμής παράλληλη με τις δέσμες πρωτονίων.



Εγκάρσιο επίπεδο



Τομή της διαμήκουσ
όψης κατά μήκος
της τροχιάς της δέσμης

- (1) - Σωλήνας ToF
- (2) - Ίχνος (Τροχιά)
- (3) - Σημείο κρούσης
- (4) - Σωλήνας αποτύπωσης ίχνους
- (5) - Δέσμες πρωτονίων
- ⊗ - Μαγνητικό πεδίο

Εικόνα 3 : Πειραματική διάταξη για ταυτοποίηση σωματιδίων με ένα θάλαμο αποτύπωσης ίχνους και ένα ανιχνευτή ToF. Και οι δύο ανιχνευτές είναι σωλήνες που περιβάλλουν το σημείο κρούσης που βρίσκεται στο κέντρο. Αριστερά: Εγκάρσια Όψη, κάθετη στην τροχιά της δέσμης. Δεξιά: Διαμήκης Όψη παράλληλη στην τροχιά της δέσμης. Το σωματίδιο κινείται παράλληλα προς τη τροχιά της δέσμης.

B.3 Να εκφράσετε τη μάζα του σωματιδίου συναρτήσει της έντασης του μαγνητικού πεδίου B , της ακτίνας R του σωλήνα ToF, θεμελιωδών σταθερών και των μετρούμενων ποσοτήτων όπως η ακτίνα r της τροχιάς και ο χρόνος πτήσης t . 1.7pt

Έχουμε ανιχνεύσει τέσσερα σωματίδια και θέλουμε να τα ταυτοποιήσουμε. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στον ανιχνευτή ίχνους ήταν $B = 0.500 \text{ T}$. Η ακτίνα R του σωλήνα ToF ήταν 3.70 m . Ακολουθώς δίνονται οι μετρήσεις ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$):

| Σωματίδιο | Ακτίνα της τροχιάς r [m] | Χρόνος πτήσης t [ns] |
|-----------|----------------------------|------------------------|
| A | 5.10 | 20 |
| B | 2.94 | 14 |
| C | 6.06 | 18 |
| D | 2.31 | 25 |

B.4 Να ταυτοποιήσετε τα τέσσερα σωματίδια υπολογίζοντας τη μάζα του καθενός. 0.8pt