

## Large Hadron Collider (10 stig)

Lestu almennu leiðbeiningarnar sem eru í sérstöku umslagi áður en þú byrjar á þessu dæmi.

Í þessu verkefni er eðlisfræðin á bakvið eindahraðalinn LHC (Large Hadron Collider) í CERN til athugunar. CERN er stærsta tilraunastofa í heimi fyrir öreindafræðirannsóknir. Helsta markmið hennar er að fá innsýn í náttúruleg málin sem lýsa öreindum. Tveimur bunum af eindum er hraðað upp í háa orku og stýrt um hringinn með sterku segulsviði áður en bunurnar tvær rekast saman. Róteindirnar eru ekki jafndreifðar í bununni, heldur þyrpast þær saman í svokölluð knippi Agnirnar sem myndast í árekstrum eru mældar með stórum nemum. Nokkrar kennistærðir fyrir hraðalinn má finna í töflu 1.

LHC hringur	
Ummál hringis	26659 m
Fjöldi knippa af róteindum í bunu	2808
Fjöldi róteinda í knippi	$1.15 \times 10^{11}$
Róteindabunur	
Orka róteinda	7.00 TeV
Orka í massamiðjukerfi (í árekstri)	14.0 TeV

Tafla 1: Dæmigerð töluleg gildi nokkurra kennistærða fyrir LHC.

Öreindafræðingar nota þægilegar einingar fyrir orku, skriðþunga og massa: Orka er mæld í rafeindarvolum [eV]. Eitt rafeindarvolt er skilgreint sem orkan sem ögn með frumhleðsluna  $e$  fær þegar hún ferðast yfir spennunum eitt volt ( $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2\text{s}^{-2}$ ).

Skriðþungi agna er mældur í  $\text{eV}/c$  og massi þeirra í  $\text{eV}/c^2$ , þar sem  $c$  er ljóshraðinn í tómarúmi. Þar sem  $1 \text{ eV}$  er mjög lítil orka nota öreindafræðingar oft  $\text{MeV} = 10^6 \text{ eV}$ ,  $\text{GeV} = 10^9 \text{ eV}$  eða  $\text{TeV} = 10^{12} \text{ eV}$ .

Hluti A fjallar um hröðun róteinda og rafeinda. Hluti B fjallar um það hvernig við berum kennsl á eindirnar sem myndast í árekstrum í CERN.

### Hluti A. LHC hraðallinn (6 stig)

#### Hröðun:

Gerðu ráð fyrir að róteindunum hafi verið hraðað yfir spennu  $V$ , þannig að hraði þeirra sé mjög nálægt ljóshraða. Hundsum allt orkutap vegna útgeislunar eða árekstra við aðrar eindir.

**A.1** Finndu stæðu (formúlu) fyrir lokahraða róteindanna  $v$  sem fall af hröðunar- 0.7pt  
spennunni  $V$  og grundvallarföstum.

Í einni hugmynd að tilraun í CERN eru róteindirnar frá LHC láttnar rekast á rafeindir með orku 60.0 GeV.

**A.2** Fyrir eindir með háa orku og lítinn kyrrstöðumassa er hlutfallslegt frávik loka- 0.8pt  
hraðans  $v$  frá ljóshraða,  $\Delta = (c - v)/c$ , mjög lítið. Finndu fyrsta stigs nálgun fyrir  $\Delta$  (rétt í lægstu nálgun í litlum stærðum); notaðu hröðunarspennuna  $V$  og grundvallarfasta í svarinu. Reiknaðu út tölulegt gildi  $\Delta$  fyrir rafeindir með orku 60.0 GeV.

Við snúum okkur nú aftur að róteindunum í LHC. Gerðu ráð fyrir að pípan sem róteindabunurnar ferðist eftir sé hringlaga.

- A.3** Leiddu út stæðu (formúlu) fyrir nauðsynlegan segulsviðsstyrk  $B$  til þess að halda róteindabununni á hringlaga braut (segulsviðið í rörinu er einsleitt). Stæðan ætti aðeins að innihalda orku róteindar í bununni  $E$ , ummál hringsins  $L$ , grundvallarfastana og tölur. Þú mátt nota viðeigandi nálganir ef áhrif þeirra eru minni en nákvæmni lokasvarsins (lægsti fjöldi markverðra stafa).  
Reiknaðu út segulsviðsstyrkinn  $B$  ef róteindirnar hafa orku  $E = 7.00 \text{ TeV}$  (hundsáðu víxlverkanir milli róteinda). 1.0pt

### Útgeislað afl

Hlaðin ögn sem fær hröðun geislar út orku í formi rafsegulbylgna. Útgeislaða aflið  $P_{\text{rad}}$  frá hlaðinni ögn sem ferðast í hring með föstum hornhraða er aðeins háð hröðun hennar  $a$ , hleðslunni  $q$ , ljóshraða  $c$  og rafsvörunarstuðli tómarúms  $\epsilon_0$ .

- A.4** Notaðu víddargreiningu (*dimensional analysis*) til að finna stæðu fyrir útgeislaða aflið  $P_{\text{rad}}$ . 1.0pt

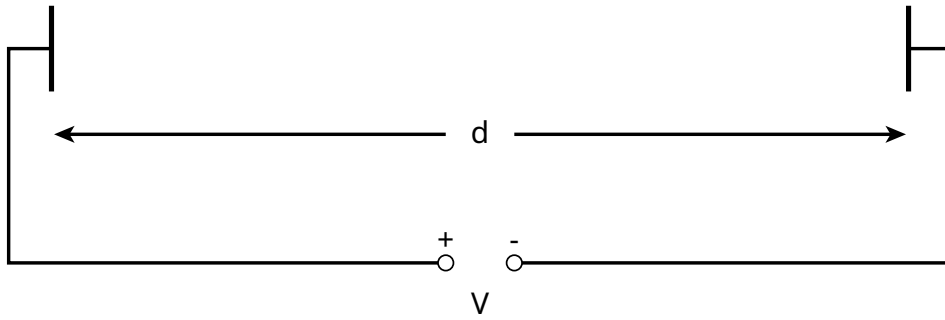
Raunverulega formúlan fyrir útgeislaða aflið inniheldur margföldunarfastann  $1/(6\pi)$ ; ennfremur gefur afstæðileg útleiðsla að rétta formúlan inniheldur margföldunarþáttinn  $\gamma^4$  þar sem  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$ .

- A.5** Reiknaðu út heildar útgeislaða aflið  $P_{\text{tot}}$  í LHC ef að orka hvernar róteindar í bununum er  $E = 7.00 \text{ TeV}$  (notaðu töflu 1). Þú mátt nota viðeigandi nálganir. 1.0pt

### Línuleg hröðun

Í CERN er upphaflega kyrrstæðum róteindum hraðað í línulegum hraðli, sem er  $d = 30.0 \text{ m}$  langur, yfir spennuninn  $V = 500 \text{ MV}$ . Gerðu ráð fyrir að rafsviðið sé einsleitt. Línulegur hraðall samanstendur af tveimur plötum eins og Mynd 1 sýnir.

- A.6** Ákvarðaðu tímann  $T$  sem það tekur róteindirnar að ferðast í gegnum línulega hraðalinn. 1.5pt



Mynd 1: Einfölduð mynd af línulega hraðlinum.

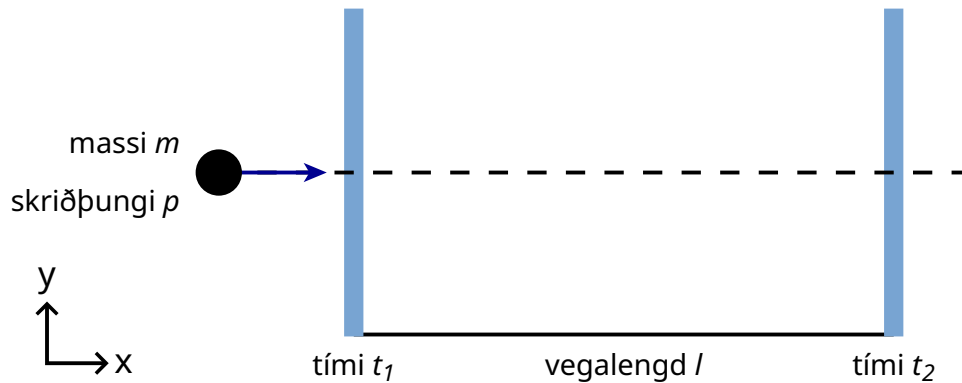
Hluti B. Borið kennsl á agnir (4 stig)

Flugtími:

Það er mikilvægt að bera kennsl á eindirnar sem myndast í árekstrunum til að túlka víxlverkanir þeirra. Einföld aðferð til þess er að mæla tímann  $t$  sem eind með þekktum skriðþunga þarf til að ferðast vegalengdina  $l$  í svokölluðum flugtímanema (*Time-of-Flight*, ToF). Í töflu 2 má finna dæmigerðar agnir sem bera má kennsl á í slíkum nema og massa þeirra.

Eind	Massi [MeV/c <sup>2</sup> ]
Tvíeind ( <i>deuteron</i> )	1876
Róteind	938
Hlaðin káeind (kaon)	494
Hlaðin píeind (pion)	140
Rafeind	0.511

Tafla 2: Eindir og massar þeirra.

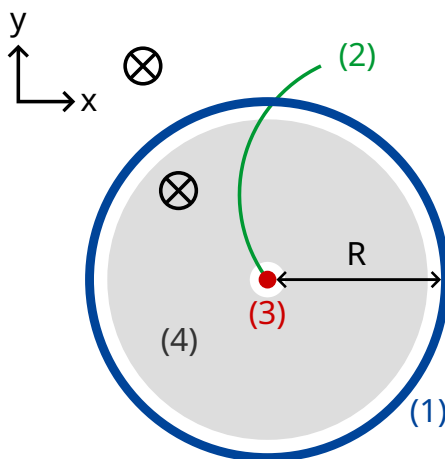


Mynd 2: Einfölduð mynd af tímaflugs nema (ToF nema).

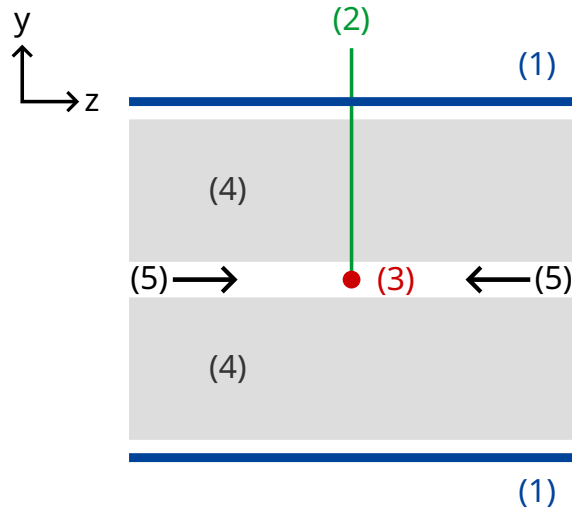
- B.1** Finndu stæðu sem lýsir hvíldarmassa eindar  $m$  sem fall af skriðþunga hennar  $p$ , vegalengdinni  $l$  og flugtímanum  $t$ . Gerðu ráð fyrir að eindin hafi frumhleðsluna  $e$  og ferðist með hraða nálægt  $c$  eftir beinni braut í gegnum ToF-nemann, þvert á nemaplönnin tvö (sjá mynd 2). 0.8pt

- B.2** Reiknaðu lágmarkslengdina  $l$  sem ToF-nemi verður að hafa til þess að geta greint í sundur hlaðna káeind og hlaðna píeind, gefið að skriðþungi beggja mælist  $1.00 \text{ GeV}/c$ . Til þess eindirnar teljist greindar í sundur þarf mismunurinn á flugtíma þeirra að vera meiri en þreföld tímaupplausn nemans. Dæmigerð tímaupplausn ToF-nema er  $150 \text{ ps}$  ( $1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$ ). 0.7pt

Í framhaldinu skoðum við hvernig má bera kennsl á agnir sem myndast í árekstri í LHC í tveggja þrepa nema, sem samanstendur af brautarnema (*tracking detector*) og ToF-nema. Mynd 3 sýnir tvær myndir af tilraunauppstillingunni, annars vegar þverskurð og hinsvegar í plani samsíða róteindabununni. Báðir nemarnir eru rör sem umlykja víxlverkunarsvæðið í miðjunni. Brautarneminn mælir braut hlaðinnar agnar sem ferðast í gegnum segulsvið sem er samsíða róteindabununni. Geisli brautarinnar  $r$  gerir okkur kleyft að ákvarða þversum skriðþunga eindarinnar  $p_T$  (*transverse momentum*). Þar sem árekstartíminn er þekktur samanstendur ToF-neminn aðeins af einu röri; það nægir til að mæla flugtímann (tímann frá árekstri og þar til eindin er numin í ToF-rörinu). ToF-rörið er staðsett rétt utan við brautarnemann. Í þessu verkefni máttu gera ráð fyrir að allar eindirnar sem myndast í árekstrinum ferðist hornrétt á róteindabunurnar; eindirnar sem myndast hafa því engan skriðþungaþátt samsíða bununni.



þverskurður



í plani gegnum miðju rörs  
samsíða róteindabunu

- (1) - ToF rör
- (2) - braut eindar
- (3) - árekstrarpunkturur
- (4) - brautarnemi
- (5) - róteindabunur
- ⊗ - segulsvið

Mynd 3 : Uppstilling tilraunar til að bera kennsl á agnir með brautarnema og ToF-nema. Báðir nemar eru rör sem umlykja árekstrarpunktinn í miðjunni. Vinstri: Þverskurður, hornrétt á róteindabununa. Hægri: Sjónarhorn samsíða róteindabununni. Eindin ferðast hornrétt á bununa.

**B.3** Finndu formúlu fyrir massa nýmynduðu eindarinnar sem fall af segulsviðs- 1.7pt  
styrknum  $B$ , geisla ToF-rörsins  $R$ , grundvallarföstum og mældum stærðum:  
geisla brautarinnar  $r$  sem eindin ferðast eftir og flugtímanum  $t$ .

Við mældum fjórar ólíkar eindir og viljum bera kennsl á þær. Segulsviðsstyrkurinn í brautarnemanum var  $B = 0.500$  T. Geislinn  $R$  í ToF-rörinu var  $3.70$  m. Mælingarnar (í  $1 \text{ ns} = 10^{-9}$  s) eru eftirfarandi:

<i>Eind</i>	<i>Geisli brautarinnar <math>r</math> [m]</i>	<i>Flugtími <math>t</math> [ns]</i>
A	5.10	20
B	2.94	14
C	6.06	18
D	2.31	25

**B.4** Berðu kennsl á eindirnar fjórar með því að reikna út massa þeirra. 0.8pt