

De grote hadronen botsingsmachine (LHC) (10 punten)

Lees eerst de algemene instructies in de aparte envelop alvorens te starten met deze vraag.

In deze opdracht wordt de fysica van de deeltjesversneller LHC (Large Hadron Collider) te CERN besproken. CERN is het grootste deeltjesfysica-laboratorium ter wereld. Haar missie is inzicht te krijgen in de fundamentele wetten van de natuur. Twee deeltjesbundels worden versneld tot hoge energieën, in de ringvormige versneller gehouden met behulp van een sterk magnetisch veld en dan tot botsing met elkaar gebracht. De protonen zijn niet uniform verspreid over de omtrek van de versneller, maar zijn gegroepeerd in zogeheten bundels. De deeltjes die ontstaan bij deze botsingen worden geobserveerd met grote detectoren. Enkele parameters van de LHC kun je vinden in tabel 1.

LHC ring	
Omtrek van de ring	26659 m
Aantal pakketten per protonenbundel	2808
Aantal protonen per pakket	1.15×10^{11}
Protonenbundels	
Energie van de protonen	7.00 TeV
Energie van het massamiddelpunt	14.0 TeV

Tabel 1: Typische numerieke waarden van relevante LHC parameters.

Deeltjesfysici gebruiken handige eenheden voor energie, impuls en massa. De energie wordt gemeten in elektronvolt (eV). 1 eV is de hoeveelheid energie die een deeltje met elementaire lading e krijgt wanneer het een potentiaalverschil van 1 Volt doorloopt ($1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2/\text{s}^2$).

De impuls wordt uitgedrukt in de eenheid eV/c en de massa in eV/c^2 waarbij c de lichtsnelheid in vacuüm is. Aangezien 1 eV een heel kleine hoeveelheid energie is, gebruiken deeltjesfysici vaak MeV ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$), GeV ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$) of TeV ($1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$).

Deel A heeft te maken met de versnelling van protonen of elektronen, deel B met de identificatie van de deeltjes die ontstaan bij de botsingen in CERN.

Deel A: De LHC-versneller (6 punten)

Versnelling:

Neem aan dat de protonen werden versneld door een spanning V zodat hun snelheid bijna (nagenoeg) gelijk is aan de lichtsnelheid en verwaarloos energieverliezen als gevolg van straling of botsingen met andere deeltjes.

A.1 Geef de exacte uitdrukking voor de eindsnelheid v van de protonen als functie van de versnelling V en fysische constanten. 0.7pt

In een ontwerp voor een toekomstig experiment te CERN wil men de protonen van de LHC laten botsen met elektronen welke een energie hebben gelijk aan 60.0 GeV.

- A.2** Voor deeltjes met hoge energie en kleine massa is de relatieve afwijking $\Delta = (c-v)/c$ van de eindsnelheid v t.o.v. de lichtsnelheid heel klein. Geef een eerste orde benadering voor Δ en bereken Δ voor elektronen met een energie van 60.0 GeV gebruikmakend van de versnelling V en fysische constanten. 0.8pt

We gaan nu terug naar de protonen in de LHC. Neem aan dat de bundelbuis een cirkelvorm heeft.

- A.3** Leid een uitdrukking af voor de homogene magnetische fluxdichtheid B die nodig is om de protonenbundel in een cirkelbaan te houden. De uitdrukking mag alleen de energie van de protonen E , de omtrek L , fundamentele constanten en getallen bevatten. Je mag geschikte benaderingen gebruiken als hun effect kleiner is dan de nauwkeurigheid van het kleinste aantal significante cijfers. Bereken de magnetische fluxdichtheid B voor een protonenergie van $E = 7.00$ TeV. Verwaarloos hierbij de interactie tussen de protonen. 1.0pt

Uitgestraald vermogen:

Een versneld geladen deeltje straalt energie uit in de vorm van elektromagnetische golven. Het uitgestraald vermogen P_{rad} van een geladen deeltje dat ronddraait met een constante hoeksnelheid hangt alleen af van zijn versnelling a , zijn lading q , de lichtsnelheid c en de permittiviteit van het vacuüm ϵ_0 .

- A.4** Zoek met behulp van een dimensie-analyse een uitdrukking voor het uitgestraald vermogen P_{rad} . 1.0pt

De eigenlijke formule voor het uitgestraald vermogen bevat een factor $1/(6\pi)$; bovendien, een volledig relativistische afleiding geeft nog een bijkomende vermenigvuldigingsfactor γ^4 , met $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$.

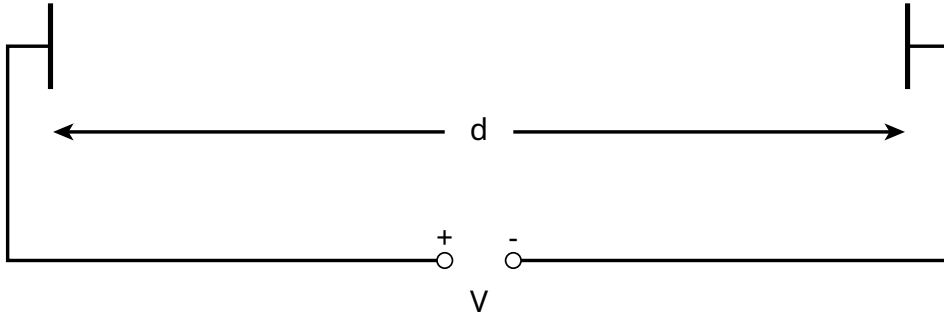
- A.5** Bereken P_{tot} , het totaal uitgestraald vermogen van de LHC voor een protonenergie $E = 7.00$ TeV (zie tabel 1). Je mag geschikte benaderingen gebruiken. 1.0pt

Lineaire versnelling:

In CERN worden protonen vanuit rust versneld door een lineaire versneller met lengte $d = 30.0$ m door een potentiaalverschil van $V = 500$ MV. Neem aan dat het elektrisch veld homogeen is. Een lineaire versneller bestaat uit twee platen zoals geschetst in figuur 1.

A.6 Bepaal de tijd T die de protonen nodig hebben om door dit veld te gaan.

1.5pt



Figuur 1: Schets van een versnellersmodule

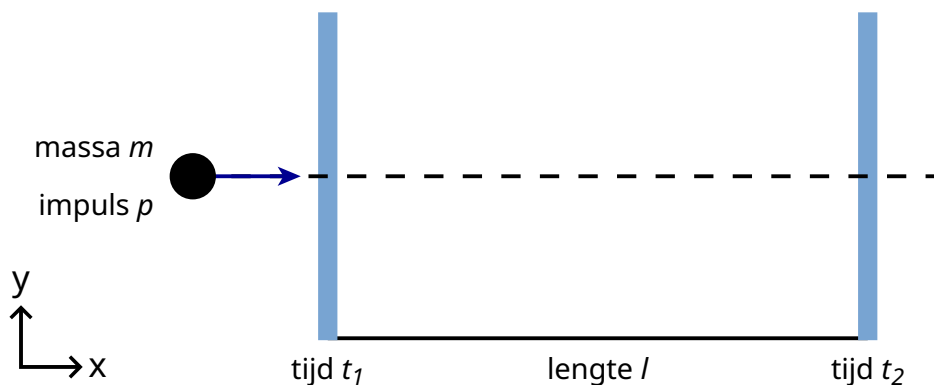
Deel B: Deeltjesidentificatie (4 punten)

Time of flight (vluchttijd)

Om het interactieproces te kunnen interpreteren is het belangrijk de hoog energetische deeltjes die ontstaan bij de botsing te identificeren. Een eenvoudige methode is om de tijd (t) te meten dat een deeltje met een bekende impuls nodig heeft om een lengte l af te leggen in een zogeheten Time-of-Flight (ToF) detector. Typische deeltjes die geïdentificeerd worden in een detector met hun massa gegeven in tabel 2.

Deeltje	Massa [MeV/c^2]
Deuteron	1876
Proton	938
Geladen kaon	494
Geladen pion	140
Elektron	0.511

Tabel 2: Deeltjes en hun massa.

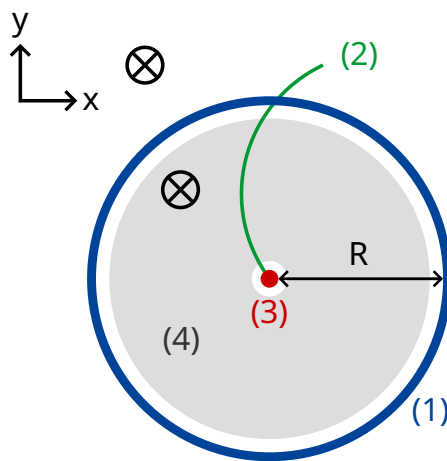


Figuur 2: Schema van een time-of flight detector

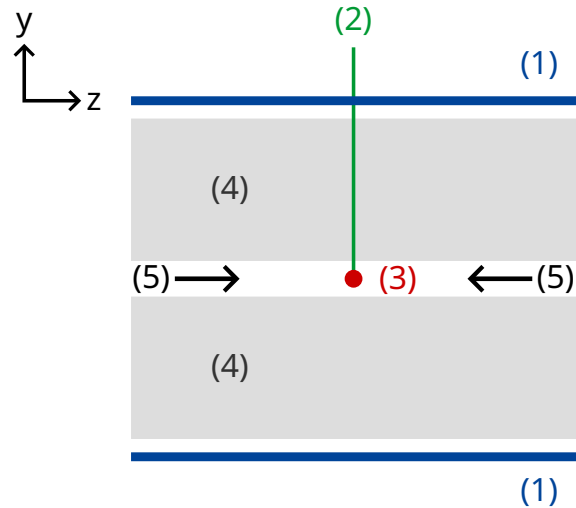
- B.1** Druk de massa m in termen van de impuls p , de vluchtlengte l en de vluchttijd t . Neem daarbij aan dat deeltjes een elementaire lading e hebben en bewegen met een snelheid nagenoeg gelijk aan de lichtsnelheid c op rechte banen in de ToF detector en dat ze loodrecht bewegen op de twee detectieplaten (zie figuur 2). 0.8pt

- B.2** Bereken de minimale lengte l van een ToF-detector die het mogelijk maakt dat een geladen kaon voldoende te onderscheiden is van een geladen pion als de gemeten impuls voor beide gelijk is aan $1.00 \text{ GeV}/c$. Voor een goed onderscheid is het nodig dat het verschil in vluchttijd groter is dan driemaal de tijdsresolutie van de detector. De typische resolutie van een ToF-detector is 150 ps ($1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$). 0.7pt

In het volgende worden deeltjes, geproduceerd in een typische LHC-detector, geïdentificeerd in een twee-stappen-detector bestaande uit een baandetector en een ToF-detector. Figuur 3 toont de opstelling in een vlak loodrecht op en evenwijdig aan de protonenbundels. Beide detectoren zijn buizen die de interactieruimte omgeven waarbij de bundel het midden van de buizen volgt. De baan-detector meet het traject van een geladen deeltje door een magnetisch veld evenwijdig aan de protonenbundels. De straal r van het traject maakt het mogelijk om de transversale component van de impuls p_T van het deeltje te bepalen. Aangezien de botsingstijd bekend is, heeft de ToF-detector slechts één buis nodig om de vluchttijd te meten. Deze vluchttijd wordt gemeten vanaf de botsing tot het bereiken van de ToF-buis. Deze ToF-buis bevindt zich net buiten de baankamer. Voor deze opdracht mag je aannemen dat alle deeltjes gecreëerd bij de botsing loodrecht op de protonenbundel bewegen. Dit betekent dat ze geen impuls hebben in de richting van de protonenbundels.



transversaal vlak



dwarsdoorsnede van de
lengterichting in het centrum
langs de bundellijn van de buis

- (1) - ToF-buis
- (2) - baan
- (3) - botsingsplaats
- (4) - baanbuis
- (5) - protonenbundels
- ⊗ - magnetisch veld

Figuur 3: Experimentele opstelling voor deeltjesidentificatie met een baankamer en een ToF-detector. Beide detectoren zijn buizen rond de botsingsplaats in het midden. Links: transversaal zicht loodrecht op de bundellijn, rechts: longitudinaal beeld evenwijdig aan de bundellijn. Het deeltje beweegt loodrecht op de bundellijn.

B.3 Druk de deeltjesmassa uit in termen van de magnetische fluxdichtheid B , de straal R van de ToF-buis, fundamentele constanten en de gemeten grootheden: de straal r van de baan en de vluchttijd t . 1.7pt

We detecteerden vier deeltjes en willen ze identificeren. De magnetische fluxdichtheid in de baan-detector was $B = 0.500 \text{ T}$. De straal R van de ToF-buis was 3.70 m . De meetresultaten vind je hieronder ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$):

Deeltje	Straal van de baan r [m]	Vluchttijd t [ns]
A	5.10	20
B	2.94	14
C	6.06	18
D	2.31	25

B.4 Identificeer de vier deeltjes door hun massa te berekenen.

0.8pt